Sistemas Energéticos em Edifícios

Exercícios Resolvidos (2018/19)

Marta Oliveira Panão

PUBLICAÇÃO DO AUTOR

Primeira Edição, Fevereiro 2018

Índice

1. CONDUÇÃO DE CALOR

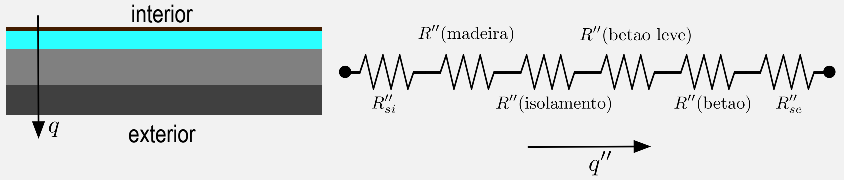
1.1 Regime permanente

Exercício 1.1.1 Uma laje de pavimento separa o exterior do interior, tem uma área total de 5 m^2 e é composta por quatro camadas homogéneas. As temperaturas do ar exterior e interior são, respectivamente, -8°C e 22°C. Considerar que as resistências térmicas superficiais unitárias exterior e interior são $R''_{se} = 0.04\ m^2K/W$ e $R''_{si} = 0.17\ m^2K/W$, respectivamente.

a) Calcular a taxa de calor que atravessa este elemento construtivo.

Material	Espessura [mm]	Condutividade térmica [$W/(mK)$]
Betão (Elemento exterior)	170	1.7
Betão leve	210	0.14
Isolamento	100	0.033
Madeira (Elemento interior)	21	0.14

Resolução ESQUEMA



PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo unidireccional
- Materiais homogéneos
- Resistências térmicas de contacto desprezáveis

ANÁLISE

A taxa de calor que atravessa a laje é

$$q = U \cdot A \cdot \Delta\theta$$

Por definição, o coeficiente de transmissão térmica (U) é o inverso da resistência total equivalente incluindo as resistências térmicas superficiais unitárias. O pavimento é composto por quatro camadas de materiais com resistências térmicas em série. A resistência térmica de cada um dos elementos é calculada por $R'' = L/\lambda$.

$$R''(\text{betao}) = 0.17/1.7 = 0.10\ m^2K/W$$

$$R''(\text{betao leve}) = 0.21/0.14 = 1.50\ m^2K/W$$

$$R''(\text{isolamento}) = 0.1/0.033 = 3.03\ m^2K/W$$

$$R''(\text{madeira}) = 0.021/0.14 = 0.15\ m^2K/W$$

A resistência térmica total é calculada por

$$R''_T = \sum R''_i$$

pelo que

$$R''_T = 0.04 + 0.17 + 0.10 + 1.5 + 3.03 + 0.15 = 4.99\ m^2K/W$$

$$U = 1/4.99 = 0.2\ W/(m^2K)$$

$$q = 0.2 \times 5 \times 30 = 30\ W$$

COMENTÁRIOS

- Os elementos que mais contribuem para reduzir o fluxo de calor são os de maior resistência térmica, neste caso a camada de isolamento térmico.

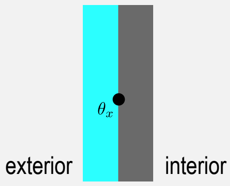
Exercício 1.1.2 Considerar uma parede composta por duas camadas homogéneas com resistências térmicas R''_a e R''_b. As temperaturas superficiais exterior e interior são θ_{se} e θ_{si}, respectivamente.

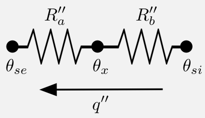
a) Exprimir a temperatura no ponto de contacto entre os dois materiais em função dos parâmetros dados.

b) Calcular essa temperatura para o caso concreto de $\theta_{se} = 0°\text{C}$ e $\theta_{si} = 20°\text{C}$ e uma parede com os seguintes materiais:

Material	Espessura $[mm]$	Condutividade térmica $[W/(mK)]$
Isolamento (no exterior)	100	0.033
Betão leve (no interior)	100	0.14

Resolução ESQUEMA





PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo unidirecional
- Materiais homogéneos
- Resistências térmicas de contacto desprezáveis

ANÁLISE

a | Expressão para θ_x

Como os materiais estão dispostos em série, o calor que atravessa cada um dos elementos é igual. Identificando a temperatura no ponto de contacto por θ_x tem-se que

$$q'' = \frac{\theta_x - \theta_{se}}{R''_a} = \frac{\theta_{si} - \theta_x}{R''_b}$$

Resolvendo obtêm-se

$$\theta_x = \frac{R''_a \theta_{si} + R''_b \theta_{se}}{R''_a + R''_b}$$

b | Calcular θ_x

Para o caso concreto deste exemplo devem calcular-se as resistências térmicas unitárias

$$R''_a = 0.1/0.033 = 3.03\ m^2K/W$$

e

$$R''_b = 0.1/0.14 = 0.71\ m^2K/W$$

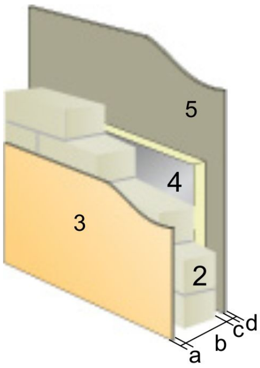
$$\theta_x = \frac{3.03 \times 20 + 0.71 \times 0}{3.03 + 0.71} = 20 \times 0.81 = 16.2°C$$

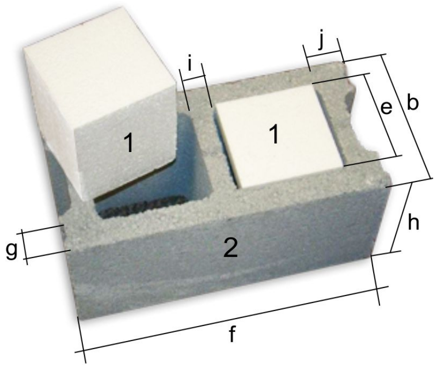
COMENTÁRIOS

- A temperatura de contacto entre dois materiais é dada pela média ponderada entre a temperatura nas extremidades, em que os pesos são as resistências opostas.
- Como o isolamento está colocado pelo lado exterior a temperatura no ponto de contacto (a meio da parede) encontra-se mais próxima da temperatura superficial interior.

Exercício 1.1.3 Considerar uma parede com a constituição representada na figura, em que se consideram os materiais enumerados de 1 a 5. As espessuras dos diferentes elementos da parede são identificadas na figura, de a a j. Valores em cm: $a = 1.5$, $b = 15$, $c = 4$, $d = 2$, $e = 10$, $f = 30$, $g = 2.5$, $h = 10$, $i = 2$ e $j = 4$. O contacto entre os materiais é total (não existem espaços de ar). Desprezar a variação na espessura da parede de encaixe do bloco de betão. Os blocos de betão que se encontram na parede (à esquerda) são os mesmos blocos representados na figura à direita.

1. poliestireno expandido moldado (EPS), $\lambda = 0.045\ W/(mK)$
2. betão, $\lambda = 1.8\ W/(mK)$
3. reboco interior, $\lambda = 1.15\ W/(mK)$
4. poliestireno expandido extrudido (XPS), $\lambda = 0.037\ W/(mK)$
5. reboco exterior, $\lambda = 1.15\ W/(mK)$





a) Calcular a resistência térmica do bloco térmico (à direita), desprezando os efeitos bidimensionais da condução de calor, ou seja o fluxo de calor ocorre na direcção normal à parede ($f \times h$) e as superfícies de topo do bloco são adiabáticas.

b) Calcular a resistência térmica da parede (excluindo as resistências térmicas superficiais).

c) Representar graficamente os valores das temperaturas em cada uma das camadas para uma diferença 10°C entre a temperatura superficial interior (camada 3) e exterior (camada 5). Para o caso do bloco térmico considerar a condutividade de um material homogéneo que lhe seja equivalente em termos de resistência térmica.

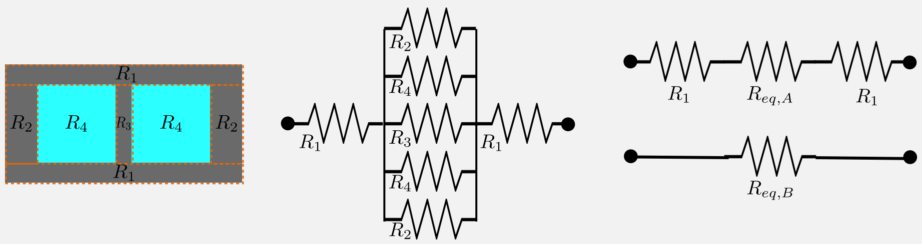
Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo de calor unidirecional
- Resolução aproximada com base na decomposição do bloco num conjunto de elementos
- Após o cálculo da resistência térmica do bloco, considera-se que este tem o desempenho equivalente a um material homogéneo
- Por simplificação assume-se a temperatura exterior de 0°C e interior de 10°C

ANÁLISE

a | Resistência térmica do bloco

A resistência térmica de um elemento é calculada por $R = L/(\lambda A)$, com L a espessura do elemento (distância que o calor tem de percorrer) e área (área normal ao fluxo de calor).



Para o bloco térmico a resistência térmica pode aproximar-se aos elementos da figura com resistências

$$R_1 = \frac{0.025}{1.8 \times 0.1 \times 0.3} = 0.46\ K/W$$

$$R_2 = \frac{0.10}{1.8 \times 0.04 \times 0.1} = 13.89\ K/W$$

$$R_3 = \frac{0.10}{1.8 \times 0.02 \times 0.1} = 27.78\ K/W$$

$$R_4 = \frac{0.10}{0.045 \times 0.1 \times 0.1} = 222.22\ K/W$$

A resistência que resulta do paralelo entre as resistências R_2, R_3 e R_4 calcula-se por

$$R_{eq,A} = (2/R_2 + 1/R_3 + 2/R_4)^{-1} = 5.29\ K/W$$

A resistência que resulta da série entre as resistências R_1 e $R_{eq,A}$ calcula-se por

$$R_{eq,B} = 2R_1 + R_{eq,A} = 6.22\ K/W$$

Para calcular a resistência térmica unitária do tijolo deve ter-se em conta as dimensões do tijolo, nomeadamente, a área normal ao fluxo de calor $0.1 \times 0.3\ m$, pelo que

$$R''(bloco) = 6.22 \times 0.1 \times 0.3 = 0.19\ m^2K/W$$

b | Resistência térmica da parede

A resistência térmica da parede resulta de um conjunto de elementos em série pelo que

$$R''_t = \sum_i R''_i$$

A análise pode ser feita em valores de resistências térmicas unitárias uma vez que não existem elementos em paralelo.

A resistência térmica de cada elemento calcula-se por $R'' = L/\lambda$, pelo que

$$R''(\text{reboco interior}) = 0.015/1.15 = 0.013\ m^2K/W$$

$$R''(\text{XPS}) = 0.04/0.037 = 1.081\ m^2K/W$$

$$R''(\text{reboco exterior}) = 0.02/1.15 = 0.017\ m^2K/W$$

Da resolução da alínea anterior tem-se, adicionalmente, que

$$R''(bloco) = 0.19\ m^2K/W$$

A resistência térmica total da parede é, então, dada por

$$R''_t = R''(\text{bloco}) + R''(\text{reboco interior}) + R''(XPS) + R''(\text{reboco exterior}) = 1.3\ m^2K/W$$

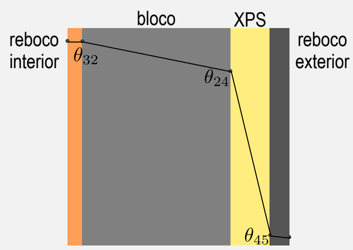
c | Representação gráfica

Para a representação gráfica é necessário determinar a diferença de temperatura nos pontos de contacto de cada par de elementos. Com base no resultado obtido da formulação genérica para a temperatura intermédia têm-se os seguintes valores de temperatura

$$\theta_{32} = \frac{R''_3 \times 0 + (R''_2 + R''_4 + R''_5) \times 10}{R''_t} = 9.9°C$$

$$\theta_{24} = \frac{(R''_3 + R''_2) \times 0 + (R''_4 + R''_5) \times 10}{R''_t} = 8.4°C$$

$$\theta_{45} = \frac{(R''_3 + R''_2 + R''_4) \times 0 + (R''_5) \times 10}{R''_t} = 0.1°C$$



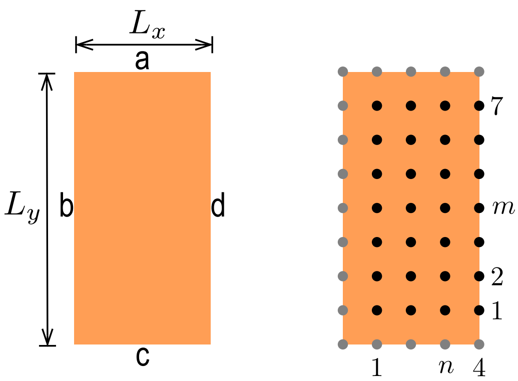
COMENTÁRIOS

- Na resolução da alínea a) poder-se-ia ter usado uma outra conjugação de elementos que resulte num valor diferente, mesmo se próximo, da solução encontrada.
- Sugerir a resolução do mesmo problema, na ausência dos blocos de isolamento a preencher os espaços de ar, assumindo que a resistência térmica unitária da cavidade de ar toma o valor 0.18 m^2K/W. A resistência térmica do bloco decresce para 0.13 m^2K/W, o que indica uma solução de menor isolamento térmico.

Exercício 1.1.4 Recorrendo ao método das diferenças finitas e assumindo condições de regime permanente, **estimar a distribuição de temperatura** no interior de um elemento sólido, em que $L_y = 2 \times L_x$.

Condições fronteira:

- a: temperatura constante 20°C,
- b e c: temperatura constante 0°C,
- d: fluxo de calor adiabático (plano de simetria).



Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Análise bidimensional
- Malha homogénea quadrangular (8 por 4)

ANÁLISE

As equações para os pontos do topo do elemento ($m = 7$), considerando a condição de temperatura constante, são

$$T_{m-1,n} + T_{m,n-1} + T_{m,n+1} - 4T_{m,n} = -20$$

aplicáveis apenas para as colunas entre $n = 2$ e $n = 4$.

Para os pontos da linha $m = 1$, considerando também a condição de temperatura constante, mas agora a $0°C$ tem-se

$$T_{m+1,n} + T_{m,n-1} + T_{m,n+1} - 4T_{m,n} = 0$$

considerando também as colunas $n = 2$ e $n = 4$.

Para os pontos da coluna $n = 1$, com m entre 2 e 6, escrevem-se as seguintes equações

$$T_{m,n+1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

Para os pontos da coluna $n = 4$ com condição de fluxo de calor nulo (superfície adiabática) tem-se que

$$T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + 2T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = 0$$

Nos pontos interiores da malha deve considerar-se

$$T_{m,n+1} + T_{m-1,n} + T_{m+1,n} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = 0$$

Devem incluir-se ainda os pontos de canto (lado esquerdo) com

$$T_{6,1} + T_{7,2} - 4T_{7,1} = -20$$

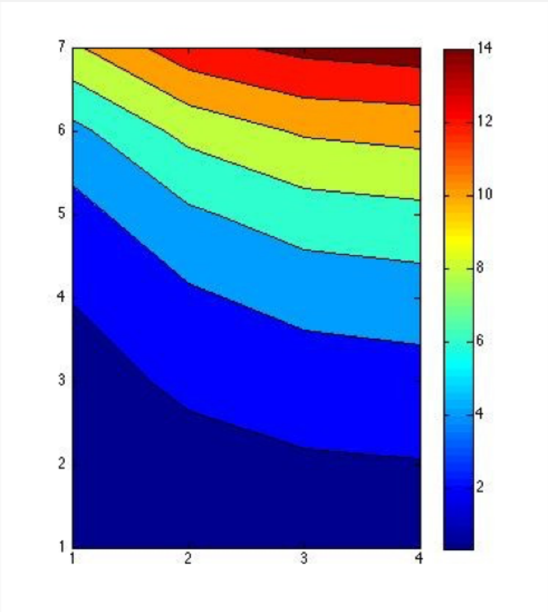
$$T_{2,1} + T_{1,2} - 4T_{1,1} = 0$$

Estas equações resultam em 28 equações com resolução numérica, por exemplo, matricial com

$$\mathbf{AT} = \mathbf{S}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{S}$$

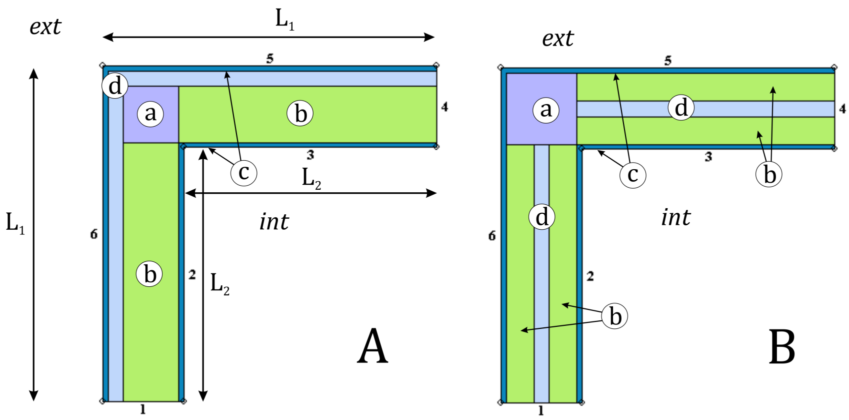
A resolução matricial resulta na seguinte solução gráfica



COMENTÁRIOS

- Quando existem eixos de simetria (fronteira d) apenas é necessário modelar metade do elemento.
- Um incremento da malha conduz normalmente a uma melhor solução.

Exercício 1.1.5 Considerar os pormenores construtivos A e B (vista em planta) que representam a ligação entre duas paredes de fachada ligadas por um pilar de betão (elemento *a*). A altura total da fachada (medida pelo interior) é de 3 *m*. As superfícies 1 e 4 da figura são adiabáticas. As condições exteriores (*ext*) e interiores (*int*) encontram-se representadas na figura.



Dimensões: $L_1 = 1.3\ m$ e $L_2 = 1\ m$.
Materiais: (a) betão $\lambda = 2.7\ W/(m.K)$; (b) bloco de betão; (c) reboco (2 cm) $\lambda = 0.43\ W/(m.K)$; (d) poliestireno expandido moldado (6 cm) $\lambda = 0.033\ W/(m.K)$.
Resistência térmica superficial exterior $R''_{se} = 0.04\ m^2K/W$, resistência térmica superficial interior $R''_{si} = 0.13\ m^2K/W$.

a) Calcular o coeficiente de transmissão térmica (U) da parede em A, considerando que os blocos de betão (elemento *b*) possuem 22 *cm* de espessura e uma resistência térmica unitária de $0.30\ m^2K/W$.

b) Calcular o coeficiente de transmissão térmica linear (Ψ) da junção entre as duas paredes, sabendo que, pelo método de diferenças finitas, em condições de regime permanente e para uma diferença de temperatura entre o interior e o exterior de 10°C, foi obtida uma taxa de calor de 30 *W* que atravessa o conjunto das superfícies 2 e 3 em A.

c) O que se pode esperar do valor de Ψ, caso o isolamento térmico tivesse sido colocado entre dois panos de blocos de betão com 11 *cm* de espessura e resistência térmica de $0.15\ m^2K/W$, conforme o esquema B? Justificar.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo unidirecional para o cálculo de U

ANÁLISE

a | Cálculo de U

Para calcular o coeficiente de transmissão térmica da parede (inclui as resistências térmicas superficiais) assume-se que o fluxo de calor é unidirecional com $U = 1/R_T$, pelo que se considera um conjunto de elementos em série, com

$$R_T = \sum_i R_i$$

Para alguns elementos as resistências térmicas unitárias são conhecidas, nomeadamente R(bloco), nos restantes casos calculam-se por $R = L/\lambda$.

$$R''_c = 0.02/0.43 = 0.046\ m^2K/W$$

$$R''_d = 0.06/0.033 = 1.818\ m^2K/W$$

A resistência total calcula-se por

$$R''_T = 2 \times 0.046 + 1.818 + 0.04 + 0.13 + 0.30 = 2.38\ m^2K/W$$

$$U = 1/2.38 = 0.42\ W/(m^2K)$$

b | Cálculo deΨ

A taxa de calor dada no enunciado equivale ao calor total bidimensional, ou seja $q^* = 30\ W$. Para calcular o coeficiente de transmissão térmica linear utiliza-se a definição.

$$\Psi = \frac{q^*/\Delta\theta - U_xA_x - UyA_y}{B}$$

A área de cada parede calcula-se por

$$A_x = A_y = 3 \times 1 = 3\ m^2$$

O comprimento da ponte térmica corresponde à altura total da fachada $B = 3\ m$, pelo que:

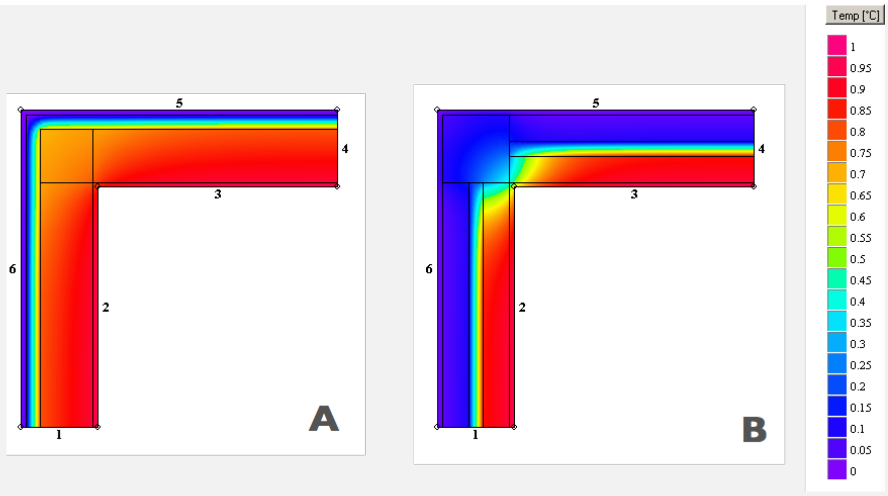
$$\Psi = \frac{30/10 - 2 \times 0.42 \times 3}{3} = 0.16W/(mK)$$

c | Alteração do posicionamento do isolamento térmico

Na medida em que não se alteraria o coeficiente de transmissão térmica da parede (a soma da resistência dos dois blocos de espessura inferior = resistência do bloco), e como a descontinuidade térmica é mais acentuada, esperar-se-ia que o coeficiente de transmissão térmica linear seja superior.

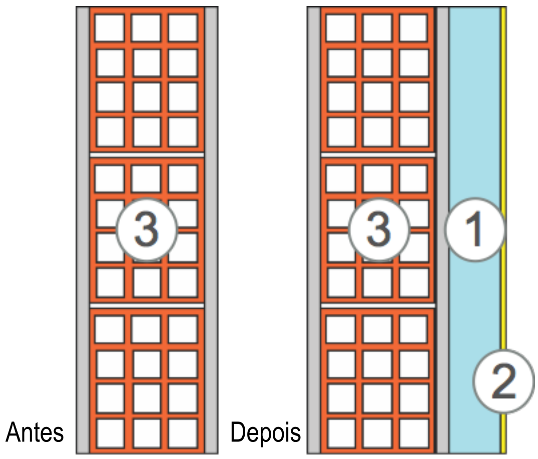
COMENTÁRIOS

- A solução térmica A tem perdas térmicas inferiores pois existe continuidade na colocação de isolamento térmico, o que não verifica na solução B.
- A solução numérica obtida por diferenças finitas resulta nas seguintes distribuições de temperatura



Na imagem B podem verificar-se temperaturas inferiores na ligação entre as paredes, o que constitui uma ponte térmica linear. Em termos de desempenho térmico esses são locais que, quando não devidamente isolados, podem levar a uma maior ocorrência de condensação.

Exercício 1.1.6 A parede exterior de uma casa foi reabilitada através da colocação de isolamento no exterior da fachada. Considerar as resistências térmicas superficiais: $R''_{se} = 0.04\ W/(m^2K)$ e $R''_{si} = 0.13\ W/(m^2K)$.



Materiais: (1) Isolamento térmico: 8 cm de espessura, $\lambda = 0.04W/(mK)$ (2) Reboco exterior: 1 cm de espessura, $\lambda = 0.85W/(mK)$, (3) Parede antes da reabilitação: $U = 1.3\ W/(m^2K)$

a) Calcular o valor do coeficiente de transmissão térmica superficial (U) da parede após a intervenção.

a) Calcular a redução da taxa de calor, expressa em percentagem do valor inicial, para uma diferença de temperatura entre o interior e o exterior de 14°C.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo unidireccional

ANÁLISE

a | Cálculo de U

Para calcular o coeficiente de transmissão térmica da parede (inclui resistências térmicas superficiais) assume-se que o fluxo é unidirecional com $U = 1/R''_T$, pelo que se considera um conjunto de elementos em série, com

$$R''_T = \sum_i R''_i$$

.

A resistência térmica do conjunto 3 (rebocos+ tijolo) é calculada a partir do U da parede.

$$R''_3 = 1/U - R''_{se} - R''_{si} = 1/1.3 - 0.04 - 0.13 = 0.599\ m^2K/W$$

A resistência térmica dos elementos 1 e 2 calcula-se por

$$R''_1 = L/\lambda = 0.08/0.04 = 2\ m^2K/W$$

$$R''_2 = 0.01/0.85 = 0.012\ m^2K/W$$

A resistência térmica total unitária calcula-se por

$$R''_T = R''_{si} + R''_3 + R''_1 + R''_2 + R''_{se} = 0.13 + 0.60 + 2 + 0.012 + 0.04 = 2.781\ m^2K/W$$

$$U = 1/2.78 = 0.36\ W/(m^2K)$$

a | Redução da taxa de calor

A taxa de calor calculada equivale a

$$q = AU\Delta\theta$$

Para uma parede com 1 m^2 de área, na situação inicial

$$q = 1.3 \times 14 = 18.2\ W$$

Após a reabilitação

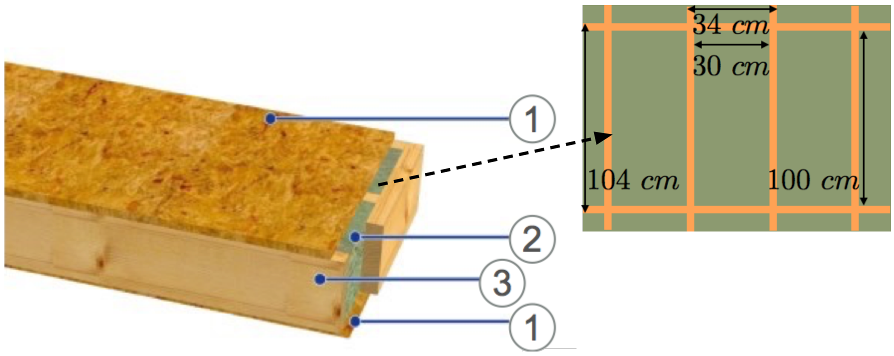
$$q = 0.36 \times 14 = 5.0\ W$$

Pelo que houve uma redução de $(18.2 - 5.0)/18.2 = 0.723$, ou seja de 72.3%.

COMENTÁRIOS

- A colocação de isolamento térmico reduz significativamente a transferência de calor através da envolvente.

Exercício 1.1.7 **Calcular o coeficiente de transmissão térmica superficial** (U) do pavimento da figura, considerando que as resistências térmicas superficiais são, para ambas as superfícies, $0.17\ W/(m^2K)$.



Materiais:

1. Painéis OSB: $2.2\ cm$ de espessura, $\lambda = 0.13\ W/(mK)$
2. Lã mineral: $10\ cm$ de espessura, $\lambda = 0.04\ W/(mK)$
3. Barrotes de madeira: $10\ cm$ de espessura, $\lambda = 0.23 W/(mK)$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo unidireccional

ANÁLISE

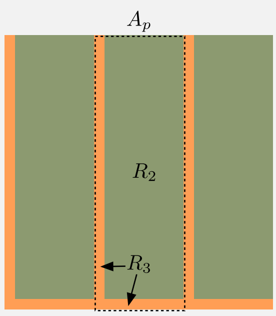
a | Resistência térmica da estrutura heterogénea

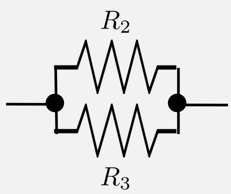
Para calcular o coeficiente de transmissão térmica do pavimento (inclui resistências térmicas superficiais) assume-se que o fluxo é unidirecional com $U = 1/R''_T$, pelo que se considera um conjunto de elementos em série, com

$$R''_T = \sum_i R''_i$$

No entanto, os elementos 2 e 3 constituem um conjunto heterogéneo pelo que se torna necessário calcular a sua resistência térmica equivalente. Numa estrutura contínua, deve escolher-se o padrão que se repete. Pela figura observa-se que esse tem uma área total

$$A_p = 0.32 \times 1.02 = 0.326\ m^2$$





A resistência térmica da lã mineral é

$$R_2 = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.1}{0.04 \times 0.3 \times 1} = 8.333\ K/W$$

A resistência térmica dos barrotes de madeira é

$$R_3 = \frac{0.1}{0.23 \times (0.326 - 0.3)} = 16.469\ K/W$$

A resistência térmica equivalente resulta das resistências térmicas já calculadas

$$R_{eq} = (1/R_2 + 1/R_3)^{-1} = 5.533\ K/W$$

A resistência térmica unitária do conjunto é assim

$$R''_{eq} = R^a_{eq} \times A_p = 5.533 \times 0.326 = 1.806\ m^2K/W$$

b | Cálculo de U

$$R''_1 = 0.02/0.13 = 0.154\ m^2K/W$$

Por fim

$$R''_T = 2R''_{si} + 2R''_1 + R''_{eq} = 2 \times 0.17 + 2 \times 0.154 + 1.806 = 2.454\ m^2K/W$$

$$U = 1/R''_T = 1/2.454 = 0.41\ W/(m^2K)$$

COMENTÁRIOS

- A unidireccionalidade do fluxo é sempre uma aproximação em estruturas heterogéneas, o erro será tanto maior quanto mais heterogéneos forem os materiais em termos de condutividade térmica.

1.2 Regime transitório

Exercício 1.2.1 **Determinar a profundidade** a que um tubo deve ser enterrado de modo a prevenir o seu congelamento. Considerar que o solo está inicialmente a uma temperatura de 20°C e repentinamente fica sujeito a uma temperatura superficial de -10°C. Assume-se que estas condições permanecem constantes durante 60 dias.

Propriedades físicas do solo: $\rho = 2000\ kg/m^3$, $c = 840\ J/(kgK)$, $\lambda = 0.9\ W/(mK)$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Regime transitório
- Temperatura constante à superfície
- Fluxo de calor unidireccional
- Solo simplificado a sólido semi-infinito

ANÁLISE

a | Temperatura normalizada crítica

A condução de calor em regime transiente, apenas numa direcção, expressa-se por:

$$\frac{d\theta}{dt} = \alpha \frac{d^2\theta}{dx^2}$$

Considerando que a temperatura normalizada é dada por:

$$\Theta(x,t) = \frac{\theta(x,t) - \theta_0}{\theta_s - \theta_0}$$

a equação diferencial de segunda ordem tem por solução:

$$\Theta x,t) = \mathrm{erfc}\zeta$$

com

$$\zeta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$$

As condições fronteira para o problema são:

- Temperatura inicial do solo ($t = 0$): $\theta_0 = 20^\circ$ C
- Temperatura superficial para ($t > 0$): $\theta_s = -10^\circ$ C

Para obter uma temperatura sempre positiva deve garantir-se que $\theta(x,t) > 0$, pelo que no ponto crítico deve verificar-se:

$$\Theta(x,t) = (0-20)/(-10-20) = 20/30 = 0.667$$

b | Profundidade crítica

A função erfc toma o valor 0.667 em $\zeta = 0.316$ (por consulta de uma tabela).

Pretende-se encontrar x para o tempo t, ou seja:

$$t = 60 \times 24 \times 3600 = 5.184 \times 10^6 \ s$$

Para além disso calcula-se:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$$

$$\alpha = \frac{0.9}{2000 \times 840} = 5.36 \times 10^{-7} \ m^2/s$$

Por fim, calcula-se

$$x = 2\zeta\sqrt{\alpha t} = 2 \times 0.316\sqrt{5.36 \times 10^{-7} \times 5.184 \times 10^6} = 1.053 \ m$$

COMENTÁRIOS

- Para profundidades superiores a 1 m é expectável que não ocorra congelamento pois a temperatura do solo é positiva.

Exercício 1.2.2 A variação anual da média diária da temperatura do ar exterior pode ser aproximada por

$$\theta_e(t) = \theta_1 + \theta_2 \sin(\omega t)$$

com $\omega = 2\pi/T$ e T o período de um ano, θ_1 a temperatura média anual que corresponde a 10°C e θ_2 a amplitude térmica anual que corresponde a 8°C.

Propriedades físicas do solo: $\rho = 2000\ kg/m^3$, $c = 1000\ J/(kgK)$, $\lambda = 1.5\ W/(mK)$

a) Calcular a amplitude térmica no solo a uma profundidade de 3 m.

b) Para a mesma profundidade, calcular a temperatura no solo quando a temperatura do ar exterior atinge o seu máximo.

c) Calcular a espessura equivalente de armazenamento térmico para o período de um ano.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Regime transitório
- Função sinusoidal para a temperatura superficial
- Fluxo de calor unidireccional
- Solo simplificado a sólido semi-infinito

ANÁLISE

a | Amplitude térmica

A condução de calor em regime transiente apenas numa direcção expressa-se por:

$$\frac{d\theta}{dt} = \alpha \frac{d^2\theta}{dx^2}$$

Considerando que a temperatura normalizada define-se por:

$$\Theta(x,t) = \frac{\theta(x,t) - \theta_1}{\theta_2}$$

Notar que

$$\sin(\omega t) = \cos(\omega t - \pi/2)$$

, pelo que a equação diferencial de segunda ordem tem por solução:

$$\Theta(x,t) = e^{-x/d} \cos[\omega t - x/d - \pi/2]$$

em que a frequência angular ($\omega = 2\pi/T_p$) calcula-se por:

$$\omega = 2\pi/(365 \times 24 \times 3600) = 2 \times 10^{-7}\ s$$

$$\alpha = \lambda/\rho c = 1.5/2 \times 10^{-6} = 7.5 \times 10^{-7}\ m^2/s$$

O termo da amplitude da solução da equação é expresso por $\Theta = e^{-x/d}$ com

$$d = \sqrt{2\alpha/\omega} = 2.7\ m$$

A amplitude da temperatura térmica normalizada é, então

$$\Theta = e^{-3/2.7} = 0.34$$

pelo que:

$$\Delta\theta = \theta_2 \cdot \Theta = 8 \times 0.34 = 2.7°C$$

a | Temperatura no solo quando a temperatura do ar exterior é máxima
A temperatura do ar exterior atinge o seu valor máximo quando:

$$\sin(\omega t) = 1$$

ou seja

$$\omega t = \pi/2$$

Para esse instante de tempo e profundidade de $x = 3\ m$, a solução da equação diferencial é:

$$\Theta = e^{-3/2.7} \cos[\pi/2 - x/d - \pi/2] = 0.34 \cos(-3/2.7) = 0.34 \times 0.46 = 0.15$$

pelo que,

$$\theta = \theta_2 \cdot \Theta + \theta_1 = 8 \times 0.15 + 10 = 11.2°C$$

a | Espessura equivalente de armazenamento térmico
A espessura equivalente de armazenamento térmico define-se por:

$$e_{ef} = \chi/\rho c = \sqrt{\alpha/\omega}$$

assim

$$e_{ef} = \sqrt{7.5 \times 10^{-7}/2 \times 10^{-7}} = 1.94\ m$$

COMENTÁRIOS
- A amplitude térmica anual em profundidade é inferior a 3°C;
- Quando no 'verão' a temperatura média exterior é de 18°C, o solo encontra-se a 11°C;
- A espessura efectiva para o armazenamento térmico é cerca de 2 m.

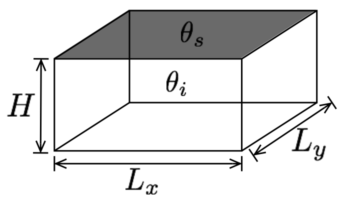
2. CONVECÇÃO DE CALOR

2.1 Coeficiente de transmissão de calor por convecção

Exercício 2.1.1 O ar no interior do compartimento, com dimensões $H = 2.7\ m$, $L_x = 4\ m$ e $L_y = 5\ m$, encontra-se a uma temperatura de 20°C. **Calcular o coeficiente de transmissão de calor por convecção** na superfície interior do tecto de um compartimento quando esse se encontra

a) aquecido $\theta_s = 27°\text{C}$

b) arrefecido $\theta_s = 12°\text{C}$



Propriedades termofísicas do ar a cerca de 20°C: $\lambda = 0.0257\ W/(mK)$, $\mu = 1.823 \times 10^{-5}\ kg/(ms)$, $c = 1005\ J/(kgK)$, $\rho = 1.205\ kg/m^3$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo de calor unidimensional

ANÁLISE

a | Superfície do tecto aquecida

O coeficiente de transmissão de calor por convecção, sem recorrer a valores tabelados, aproxima-se a:

$$h_c = \frac{\lambda Nu}{L}$$

Para o caso do tecto a uma temperatura superior ao ar no interior do compartimento, aplica-se a correlação de Nusselt:

$$Nu = 0.27 Ra^{0.25}$$

independentemente da gama de valores assumidos por Ra. O número de Rayleigh (Ra) é calculado por:

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

com

$$Gr = \frac{\rho^2 \beta \Delta T g L^3}{\mu^2}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Pode ainda calcular-se a área e o perímetro da superfície

$$A_s = 4 \times 5 = 20\ m^2$$

$$P_s = 4 \times 2 + 5 \times 2 = 18\ m$$

A dimensão característica de uma superfície horizontal aproxima-se a

$$L = A_s / P_s = 20/18 = 1.11\ m$$

e $\beta \simeq 1/300 = 0.0034\ K^{-1}$. Para além disso, a diferença de temperatura entre o ar e a superfície é 7°C.

Desta forma:

$$Gr = 1.4 \times 10^9$$

$$Pr = 0.713$$

$$Ra = 1 \times 10^9$$

$$Nu = 48$$

h_c toma o valor 1.1 $W/(m^2 K)$

b | Superfície do tecto arrefecida

Para o caso do tecto a uma temperatura inferior ao ar no interior do compartimento, aplica-se uma correlação de Nusselt que depende do valor Ra. A dimensão característica já foi calculada anteriormente e a diferença de temperatura entre o ar e a superfície é 8°C. O número de Prandtl depende apenas das propriedades do ar pelo que assume também o mesmo valor.

Desta forma:

$$Gr = 1.6 \times 10^9$$

$$Ra = 1.14 \times 10^9$$

Como $Ra > 10^7$ a correlação de Nusselt que se deve utilizar é

$$Nu = 0.15Ra^{0.33}$$

pelo que

$$Nu = 156$$

h_c toma o valor 3.6 $W/(m^2K)$

COMENTÁRIOS

- Com fluxo ascendente a transferência de calor é superior comparativamente ao fluxo de calor descendente.
- Para edifícios o valor aproximado para superfícies horizontais com fluxo descendente é 0.7 $W/(m^2K)$ e, com fluxo descendente 2.5 $W/(m^2K)$.

2.2 Cavidades de ar não ventiladas

Exercício 2.2.1 Considerar uma cavidade de ar não ventilada, formada por duas superfícies com 8 m^2, separadas entre si 4 cm. **Calcular a taxa de calor** que atravessa a cavidade de ar devido à condução através da lâmina de ar, para uma diferença de temperatura entre as superfícies de 22°C.

Propriedades termofísicas do ar a 20°C: $\lambda = 0.0257\ W/(mK)$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Não recorrer a valores tabelados de resistências térmicas

ANÁLISE

A taxa de calor que atravessa a cavidade devido à condução através da lâmina de ar é dada por

$$q = \frac{\Delta\theta}{R}$$

A área das superfícies é $A_s = 8\ m^2$.

Para calcular a resistência térmica assume-se que

$$R_{cd} = \frac{L}{\lambda A_s} = 0.04/(0.0257 \times 8) = 0.19\ K/W$$

O fluxo de calor será dado por

$$q = 22/0.19 = 116\ W$$

COMENTÁRIOS

- A resistência térmica de uma cavidade de ar é, na realidade, menor devido à advecção do ar no interior da cavidade e da transferência de calor por radiação entre planos, o que causa um aumento do fluxo de calor.

Exercício 2.2.2 Um vidro duplo, a ser utilizado na posição vertical, separa o interior do exterior. Esse é composto por dois panos de vidro com espessuras de 5 e 8 mm, respectivamente, separados por uma lâmina de ar de 10 mm. Em regime permanente e utilizando valores aproximados para a resistência térmica da cavidade de ar, calcular o coeficiente de transmissão térmica:

a) vidro duplo

b) vidro duplo, em que um dos panos de vidro possui um revestimento com baixa emissividade térmica ($\varepsilon = 0.2$).

Propriedades dos materiais: $\lambda_{vidro} = 1.6\ W/(mK)$; $\varepsilon_{vidro} = 0.9$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo de calor unidimensional

ANÁLISE

Um vidro duplo é composto por duas lâminas de espessuras diferentes com uma caixa de ar não ventilada entre essas.

a | Vidro duplo normal

A resistência térmica da cavidade assume o valor tabelado que depende da emissividade das superfícies do vidro e da espessura da caixa de ar (10 mm). No caso de vidros normais $R''_{ar} = 0.15\ m^2K/W$. Para além disso, na posição vertical: $R''_{si} = 0.13\ m^2K/W$ e $R''_{se} = 0.04\ m^2K/W$.

A resistência térmica unitária dos vidros:

$$R''_1 = 0.003/1.6 = 0.002\ m^2K/W$$

$$R''_2 = 0.005/1.6 = 0.003\ m^2K/W$$

A resistência térmica total unitária equivale a

$$R''_T = 0.13 + 0.04 + 0.002 + 0.003 + 0.15 = 0.33\ m^2K/W$$

pelo que

$$U = 1/R''_T = 3.05\ W/(m^2K)$$

b | Vidro duplo com revestimento de baixa emissividade

A resistência térmica da cavidade quando um dos vidros possui um revestimento com baixa emissividade aumenta para $R''_{ar} = 0.33\ m^2K/W$.

A resistência térmica total equivale agora a

$$R''_T = 0.13 + 0.04 + 0.002 + 0.003 + 0.33 = 0.51\ m^2K/W$$

pelo que

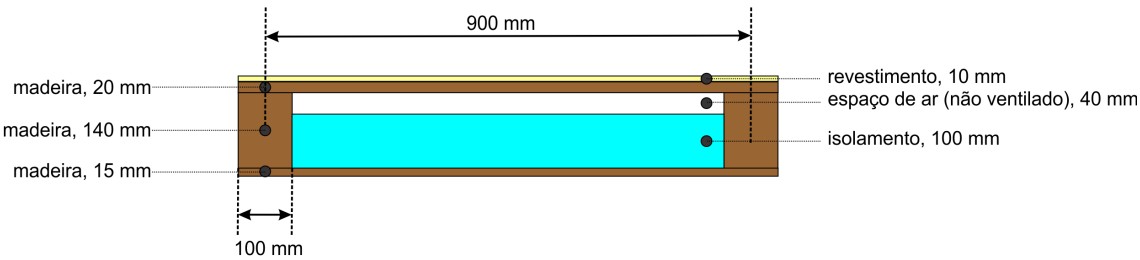
$$U = 1.97\ W/(m^2K)$$

COMENTÁRIOS

- O revestimento com baixa emissividade aplicado num dos panos de vidro reduz o coeficiente de transmissão térmica do vidro duplo em cerca de 30%.
- A espessura do vidro tem pouca influência na resistência térmica do vidro duplo.

Exercício 2.2.3 Uma laje interior é composta pela sobreposição de vários materiais, sendo que o padrão unitário com dimensões $90 \times 100\ cm$ repete-se em toda a área da laje. Considerando condições de regime permanente, calcular o coeficiente de transmissão térmica (U) para a situação em que se verifica:

a) fluxo de calor ascendente
b) fluxo de calor descendente



Propriedades dos materiais:

- Madeira: $\lambda = 0.14\ W/(mK)$
- Isolamento: $\lambda = 0.044\ W/(mK)$
- Revestimento: $\lambda = 0.17\ W/(mK)$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo de calor unidimensional
- Cavidade de ar não ventilada
- Materiais com emissividade normal
- A laje separa dois espaços com condições interiores

ANÁLISE

Este conjunto é formado por um conjunto de materiais homogéneos, em série e em paralelo, cujas resistências térmicas se calculam por $R = L/(A\lambda)$.

Para o caso da cavidade de ar não ventilada, para que se tenha em consideração a transferência de calor por condução, convecção e radiação, deve utilizar-se um valor tabelado. Para fluxo ascendente e cavidade com espessura total de 40 mm a resistência térmica unitária é $R''_{ar} = 0.16\ m^2K/W$.

a | Cálculo de U para fluxo ascendente

A área padrão desta estrutura é: $A_p = 0.9 \times 1 = 0.9\ m^2$
As resistências térmicas dos elementos da área padrão são:

$$R(\text{isolamento}) = 0.1/(0.044 \times 0.8 \times 1) = 2.84\ K/W$$

$$R_{ar} = R''_{ar}/A = 0.16/(0.8 \times 1) = 0.20\ K/W$$

A resistência térmica que resulta destes dois elementos em série:

$$R_{eq,A} = R(\text{isolamento}) + R_{ar} = 2.84 + 0.20 = 3.04\ K/W$$

Por sua vez $R_{eq,A}$ encontra-se em paralelo com

$$R_{mad} = 0.1/(0.1 \times 0.1 \times 1) = 10\ K/W$$

pelo que

$$R_{eq,B} = (1/R_{eq,A} + 1/R_{mad})^{-1} = (1/3.04 + 1/10)^{-1} = 2.33\ K/W$$

Calculam-se agora as restantes resistências térmicas, tendo como referência a área padrão

$$R(\text{madeira superior}) = 0.02/(0.14 \times 0.9) = 0.16\ K/W$$

$$R(\text{madeira inferior}) = 0.015/(0.14 \times 0.9) = 0.12\ K/W$$

$$R(\text{revestimento}) = 0.01/(0.17 \times 0.9) = 0.06\ K/W$$

A resistência térmica total do pavimento é dada por:

$$R_t = 0.06 + 0.16 + 2.33 + 0.12 = 2.68\ K/W$$

Normalizando para uma unidade de área:

$$R''_t = R_t A_p = 2.68 \times 0.9 = 2.40\ m^2K/W$$

A este valor devem adicionar-se as resistências térmicas superficiais interiores que, para fluxo ascendente, tomam o valor $R_{si} = 0.1\ m^2K/W$.

$$R''_T = R''_t + 2R''_{si} = 2.40 + 2 \times 0.1 = 2.60\ m^2K/W$$

Por fim, o coeficiente de transmissão térmica

$$U = 1/R''_T = 1/2.60 = 0.38\ W/(m^2K)$$

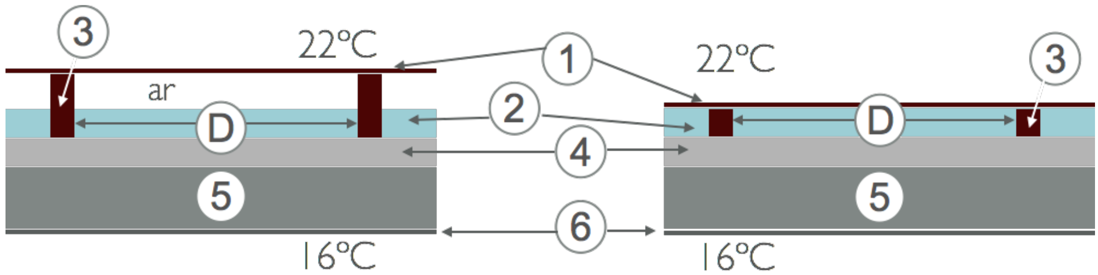
b | Cálculo de U para fluxo descendente
Refazer os cálculos considerando que $R''_{ar} = 0.19\ m^2K/W$ (aproximadamente) e $R''_{si} = 0.17\ m^2K/W$, que se referem aos valores tabelados para fluxo descendente.
Essas alterações conduzem ao seguinte valor final

$$U = 0.36\ W/(m^2K)$$

COMENTÁRIOS

- A diferença entre as soluções é pequena. Quando existe um pavimento deste tipo a separar um espaço superior climatizado de um espaço inferior não climatizado (normalmente com temperaturas inferiores mesmo no verão) deve usar-se a solução de fluxo descendente.

Exercício 2.2.4 **Calcular a taxa de calor** por unidade de área de pavimento através das lajes de pavimentos representados nas duas figuras. Considerar que ambas as superfícies estão sujeitas a condições interiores. Para ambas as figuras $D = 60$ cm.



1. Madeira: 1 cm de espessura, $\lambda = 0.23$ $W/(mK)$;
2. EPS: 6 cm de espessura, $\lambda = 0.04$ $W/(mK)$;
3. Madeira: 8.5 cm de espessura (Fig. da esquerda) e 6 cm (Fig. da direita), largura 5 cm (ambas as Figs.), $\lambda = 0.23$ $W/(mK)$;
4. Betão leve: 8 cm de espessura, $\lambda = 1.2$ $W/(mK)$;
5. Betão: 20 cm de espessura, $\lambda = 2$ $W/(mK)$;
6. Reboco: 1 cm de espessura, $\lambda = 1.15$ $W/(mK)$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Fluxo de calor unidimensional;
- Cavidade de ar não ventilada;
- Superfícies da cavidade com emissividade normal.

ANÁLISE

a | Taxa de calor no pavimento com caixa de ar

A taxa de calor que atravessa o pavimento é proporcional ao valor de U, com

$$q = UA\Delta\theta$$

com diferença de temperatura entre as superfícies: $\Delta\theta = 22 - 16 = 6$°C. Para calcular U calculam-se as resistências térmicas de cada um dos elementos. A área padrão obtém-se por $(0.6 + 0.05) \times 1 = 0.65$ m^2.

$$R_1 = 0.01/(0.23 \times 0.65) = 0.067\ K/W$$

$$R_4 = 0.08/(1.2 \times 0.65) = 0.102\ K/W$$

$$R_5 = 0.20/(2 \times 0.65) = 0.154\ K/W$$

$$R_6 = 0.01/(1.15 \times 0.65) = 0.013\ K/W$$

Os elementos 2 e 3 não ocupam a totalidade da área padrão pelo que:

$$R_2 = 0.06/(0.04 \times 0.6) = 2.5\ 2K/W$$

$$R_3 = 0.085/(0.23 \times 0.05) = 7.391\ K/W$$

A resistência térmica da cavidade de ar com fluxo de calor descendente (2.5 cm) é 0.19 m^2K/W. Essa existe apenas para o caso da esquerda:

$$R_{ar} = 0.19/0.6 = 0.317\ K/W$$

O elemento 2 (isolamento) encontra-se posicionado em série relativamente à cavidade de ar

$$R_{eq,A} = R_{ar} + R_2 = 0.317 + 2.5 = 2.817\ K/W$$

Estes dois elementos encontram-se em paralelo com o elemento 3

$$R_{eq,B} = (1/R_{eq,A} + 1/R_3)^{-1} = (1/2.817 + 1/7.391)^{-1} = 2.039\ K/W$$

Transformando para uma unidade de área de pavimento:

$$R''_t = R_{eq,B}A_p = 2.039 \times 0.65 = 1.326\ m^2K/W$$

Deve adicionar-se à resistência térmica total dos elementos as resistências térmicas superficiais que, para um fluxo descendente, tomam o valor $R_{si} = 0.17\ m2K/W$.

$$R''_T = R''_t + 2R''_{si}$$

$$R''_T = 1.666\ m^2K/W$$

$$U = 1/1.666 = 0.6\ W/(m^2K)$$

$$q = 0.6 \times 6 = 3.6\ W/m^2$$

b | Taxa de calor no pavimento sem caixa de ar
No caso da figura da direita:

$$R_3 = 0.06/(0.23 \times 0.05) = 5.217\ K/W$$

$$R_{eq} = (1/R_2 + 1/R_3)^{-1} = (1/2.5 + 1/7.217)^{-1} = 1.690\ K/W$$

Pelo que

$$R''_t = R_{eq}A_p = 1.69 \times 0.65 = 1.098\ m^2K/W$$

$$R''_T = R''_t + 2R''_{si} = 1.438\ m^2K/W$$

$$U = 1/1.438 = 0.695\ W/(m^2K)$$

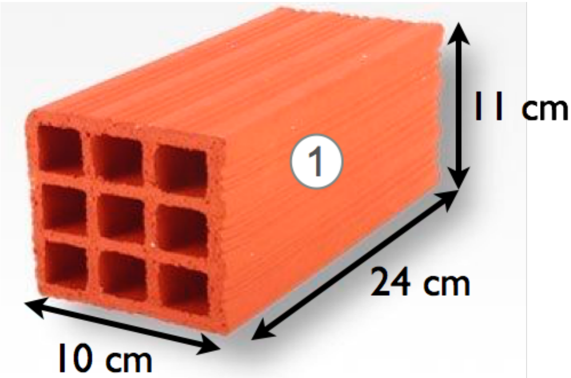
$$q = 0.695 \times 6 = 4.2\ W/m^2$$

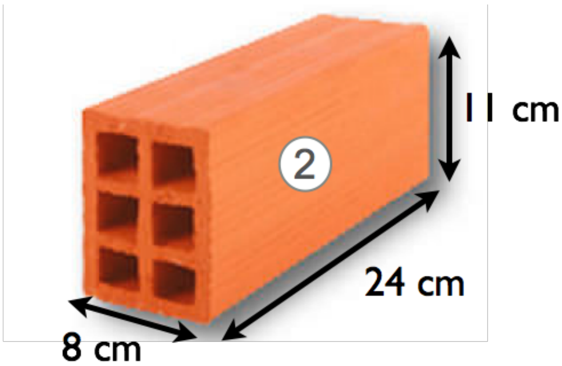
COMENTÁRIOS

- A taxa de calor é inferior na estrutura de pavimento com caixa de ar.

Exercício 2.2.5 **Calcular a resistência térmica** dos tijolos representados na figura, sabendo que a espessura média do material cerâmico é de 7 mm, em todas as paredes do tijolo. Assumir que o fluxo de calor é unidimensional e normal à superfície de tijolo de maior área e o material cerâmico tem emissividade elevada.

Propriedades termofísicas do material cerâmico: $\lambda = 1.1\ W/(mK)$





Resolução ESQUEMA

PRESSUPOSTOS

- Fluxo de calor unidimensional;
- Cavidades de ar não ventiladas;
- Superfícies da cavidade com emissividade normal.

ANÁLISE

a | Tijolo 1

A cavidade de ar tem uma espessura que se calcula por

$$L_1 = (0.1 - 0.007 \times 4)/3 = 0.024\ m$$

e uma largura

$$W_1 = (0.11 - 0.007 \times 4)/3 = 0.027\ m$$

pelo que a resistência térmica da cavidade de ar (não ventilada) é 0.18 m^2K/W.

A resistência térmica de uma das paredes de cerâmica calcula-se por

$$R_1 = 0.007/(1.1 \times 0.24 \times 0.11) = 0.241\ K/W$$

enquanto que

$$R_2 = 0.024/(1.1 \times 0.24 \times 0.007) = 12.987\ K/W$$

A resistência térmica do ar

$$R_{ar} = 0.18/(0.24 \times 0.027) = 27.439\ K/W$$

A resistência equivalente do tijolo calcula-se por

$$R_{eq,A} = (4/R_2 + 3/R_{ar})^{-1} = (4/12.987 + 3/27.439)^{-1} = 2.396\ K/W$$

$$R_{eq,B} = 4R_1 + 3R_{eq,A} = 4 \times 0.241 + 3 \times 2.396 = 8.153\ K/W$$

A resistência térmica unitária dos tijolos é assim expressa por

$$R''_{tij} = R_{eq,B}A_{tij} = 8.153 \times 0.24 \times 0.11 = 0.22\ m^2K/W$$

b | Tijolo 2
A cavidade de ar tem uma espessura que se calcula por

$$L_2 = (0.08 - 0.007 \times 3)/2 = 0.030\ m$$

e uma largura

$$W_2 = (0.11 - 0.007 \times 4)/3 = 0.027\ m$$

pelo que a resistência térmica da cavidade de ar (não ventilada) é 0.18 m^2K/W.
A resistência térmica de uma das paredes de cerâmica calcula-se por

$$R_1 = 0.007/(1.1 \times 0.24 \times 0.11) = 0.241\ K/W$$

enquanto que

$$R_2 = 0.030/(1.1 \times 0.24 \times 0.007) = 15.963\ K/W$$

A resistência térmica do ar

$$R_{ar} = 0.18/(0.24 \times 0.027) = 27.439\ K/W$$

A resistência térmica equivalente do tijolo calcula-se por

$$R_{eq,A} = (4/R_2 + 3/R_{ar})^{-1} = (4/15.963 + 3/27.439)^{-1} = 2.778\ K/W$$

$$R_{eq,B} = 3R_1 + 2R_{eq,A} = 3 \times 0.241 + 2 \times 2.778 = 6.28\ K/W$$

A resistência térmica unitária do tijolo é assim expressa por

$$R''_{tij} = R_{eq,B}A_{tij} = 6.28 \times 0.24 \times 0.11 = 0.16\ m^2K/W$$

COMENTÁRIOS

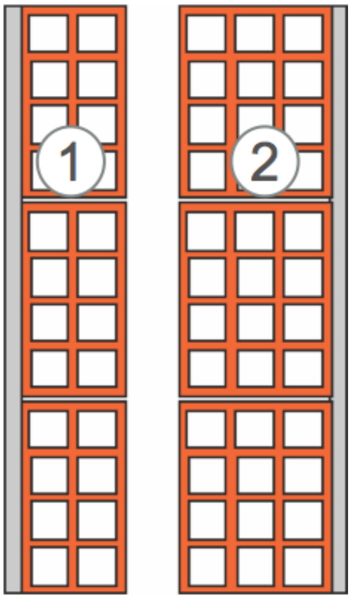
- O tijolo de menor espessura oferece menor resistência térmica.

Exercício 2.2.6 A parede exterior representada na figura é composta por dois panos de alvenaria, com reboco de ambos os lados com uma espessura de 1.5 cm. **Calcular o coeficiente de trans-**

missão térmica superficial (U) para cada uma das opções, assumindo um espaçamento de 60 *mm* entre os panos de alvenaria.

1. preenchimento total com EPS;
2. preenchimento parcial com EPS de 30 *mm*;
3. preenchimento total com grânulos leves de cortiça;
4. sem qualquer preenchimento e revestimento de uma das faces com um material de baixa emissividade.

Propriedades termo-físicas:
Reboco $\lambda = 1.15\ W/(mK)$
Poliestireno expandido moldado (EPS) $\lambda = 0.042\ W/(mK)$
Grânulos leves de cortiça $\lambda = 0.060\ W/(mK)$
Tijolo (1): 11 cm de espessura e resistência térmica 0.27 m^2K/W;
Tijolo (2): 15 cm de espessura e resistência térmica 0.39 m^2K/W.



Resolução PRESSUPOSTOS

- Fluxo de calor unidimensional;
- Cavidade de ar não ventilada.

ANÁLISE

Qualquer uma das soluções possui dois panos de alvenaria de tijolo, com resistência térmica unitária conhecida. A resistência térmica unitária do reboco é dada por

$$R''(\text{reboco}) = 0.015/1.15 = 0.013\ m^2K/W$$

a | Preenchimento total com EPS

Calcula-se a resistência térmica do conjunto, em que:

$$R''(\text{EPS}) = 0.06/0.042 = 1.428\ m^2K/W$$

$$R''_t = 2R''(\text{reboco}) + R''(\text{tijolo 1}) + R''(\text{tijolo 2}) + R''(\text{EPS}) = 2.115\ m^2K/W$$

b | Preenchimento parcial com EPS

$$R''(\text{EPS}) = 0.03/0.042 = 0.714\ m^2K/W$$

$$R''_{ar} = 0.18\ m^2K/W$$

$$R''_t = 2R''(\text{reboco}) + R''(\text{tijolo 1}) + R''(\text{tijolo 2}) + R''(\text{EPS}) + R''_{ar} = 1.580\ m^2K/W$$

c | Preenchimento com grânulos leves de cortiça

$$R''(\text{granulos}) = 0.06/0.06 = 1\ m^2K/W$$

$$R''_t = 2R''(\text{reboco}) + R''(\text{tijolo 1}) + R''(\text{tijolo 2}) + R''(\text{granulos}) = 1.686\ m^2K/W$$

d | Revestimento de baixa emiisividade

$$R''_{ar} = 0.56\ m^2K/W$$

$$R''_t = R''(\text{reboco}) + R''(\text{tijolo 1}) + R''(\text{tijolo 2}) + R''_{ar} = 1.246\ m^2K/W$$

A opção que oferece maior resistência térmica é a opção a), seguida de c), b) e d).

COMENTÁRIOS

- O preenchimento total da caixa de ar com EPS é, neste caso, a melhor solução.

2.3 Cavidades de ar ventiladas

Exercício 2.3.1 Considere uma parede com área A e ventilada com ar exterior, composta por uma estrutura sólida interior e exterior com condutâncias térmicas H_i e H_e (W/K), respectivamente, que incluem as resistências térmicas superficiais.

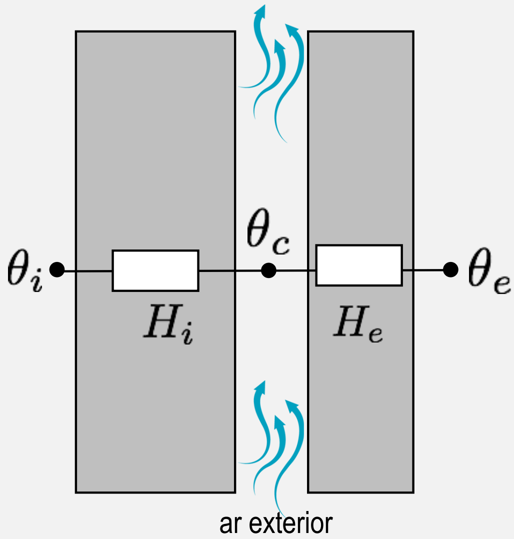
Desprezando a troca radiativa entre as superfícies da cavidade e considerando uma condutância de ventilação H_v (W/K):

a) Calcular o coeficiente de transmissão térmica superficial (U) em função dos restantes parâmetros.

b) Aplicar a formulação anterior a uma cavidade não ventilada $(H_v \to 0)$.

c) Aplicar a formulação anterior a uma cavidade fortemente ventilada $(H_v \gg 0)$.

Resolução ESQUEMA



PRESSUPOSTOS

- A temperatura do ar interior (θ_i) é superior à exterior (θ_e).

ANÁLISE

a | Cálculo de U

A rede térmica que descreve a transferência de calor entre o exterior e o interior pode ser resolvida por forma a conhecer o valor da temperatura do ar no interior da cavidade ventilada θ_c. Aplicando o método nodal tem-se

$$(\theta_i - \theta_c)H_i + \theta_e H_v = (\theta_c - \theta_e)H_e + \theta_c H_v$$

pelo que

$$\theta_c = \frac{\theta_i H_i + \theta_e(H_v + H_e)}{H_i + H_e + H_v}$$

O coeficiente de transmissão térmica é, por definição, a taxa de calor por unidade de área que atravessa o elemento por unidade de diferença de temperatura entre o exterior e o interior, pelo que:

$$U = \frac{q}{A(\theta_i - \theta_e)}$$

A taxa de calor que atravessa o elemento, q, é igual à taxa de calor que atravessa a condutância térmica H_i, assim

$$q = H_i(\theta_i - \theta_c) = H_i\theta_i - \frac{\theta_i H_i^2 + \theta_e H_i(H_v + H_e)}{H_i + H_e + H_v} =$$

$$= \frac{H_i^2\theta_i + H_i H_e \theta_i + H_i H_v \theta_i - \theta_i H_i^2 - \theta_e H_i(H_v + H_e)}{H_i + H_e + H_v} =$$

$$= \frac{H_i\theta_i(H_v + H_e) - H_i\theta_e(H_v + H_e)}{H_i + H_e + H_v} =$$

$$= \frac{H_i(H_e+H_v)}{H_i+H_e+H_v}(\theta_i-\theta_e)$$

Retomando a definição de U

$$U = \frac{1}{A}\frac{H_i(H_e+H_v)}{H_i+H_e+H_v}$$

ou

$$U = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{H_e+H_v}+\frac{1}{H_i}\right)^{-1}$$

b | Quando a cavidade é não ventilada $H_v \simeq 0$ e

$$U \simeq \frac{1}{A}\left(\frac{1}{H_i}+\frac{1}{H_e}\right)^{-1} = \frac{1}{A}(R_i+R_e)^{-1} = \frac{1}{A}\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R''_T}$$

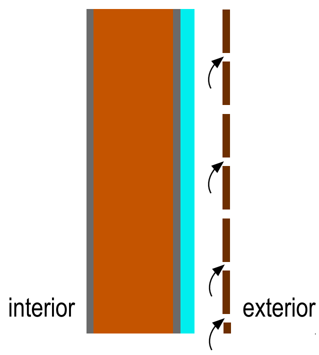
c | Quando a cavidade é fortemente ventilada $1/(H_v+H_e) \simeq 0$ pelo que

$$U \simeq \frac{1}{A}\left(\frac{1}{H_i}\right)^{-1} = \frac{H_i}{A} = 1/R''_i$$

COMENTÁRIOS

- Para uma cavidade não ventilada, a resistência térmica do ar encontra-se incluída nos termos H_i e H_e. Para uma cavidade fortemente ventilada considera-se apenas a resistência térmica (ou condutância) do elemento mais interior com resistência térmica superficial no interior da cavidade (R''_{si}).

Exercício 2.3.2 **Calcular o coeficiente de transferência térmica superficial** (U) da parede exterior representada na figura em que a caixa de ar é fortemente ventilada com ar exterior.



(do exterior para o interior)
1. madeira (2 cm),
2. cavidade ventilada,
3. lã mineral (4 cm), $\lambda = 0.04\ W/(mK)$,
4. reboco (2 cm), $\lambda = 1.15\ W/(mK)$,
5. tijolo cerâmico (22 cm), $R'' = 0.52\ m^2K/W$,
6. reboco (2 cm), $\lambda = 1.15\ W/(mK)$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- Fluxo de calor unidimensional
- Caixa de ar fortemente ventilada

ANÁLISE

Como a cavidade é fortemente ventilada aplica-se a resistência térmica superficial interior à face exterior do isolamento térmico (3) em contacto com a cavidade ventilada, com $R''_{si} = 0.13\ m^2K/W$. Na superfície interior (6) aplica-se a mesma resistência térmica superficial.

Os elementos encontram-se dispostos em série. A resistência térmicas são, por isso, calculadas por $R'' = L/\lambda$.

$$R''(\text{reboco}) = 0.02/1.15 = 0.017\ m^2K/W$$

$$R''(\text{isolamento}) = 0.04/0.04 = 1\ m^2K/W$$

O tijolo cerâmico é um elemento não homogéneo pelo que não se aplica a formulação considerada para a resistência térmica.

A resistência total calcula-se por:

$$R''_T = 2\times 0.017 + 1 + 2\times 0.13 + 0.52 = 1.8\ m^2K/W$$

e, por fim

$$U = 1/R''_T = 0.55\ W/(m^2K)$$

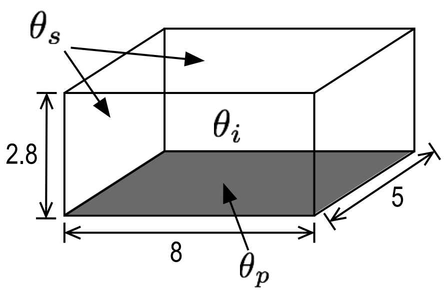
COMENTÁRIOS

- Os valores típicos para paredes de edifícios residenciais novos em Portugal variam entre 0.35 e 0.5 $W/(m^2K)$ consoante a região climática.

3. RADIAÇÃO TÉRMICA

3.1 Radiação infravermelha

Exercício 3.1.1 **calcular os coeficientes de transmissão de calor** por convecção e radiação sem recorrer a valores tabelados, para a transferência de calor entre uma superfície aquecida (pavimento, $\theta_p = 35^oC$) e o ar ($\theta_i = 20^oC$), no caso da convecção, e as restantes superfícies ($\theta_s = 20^oC$), no caso da radiação. Considerar que todas as superfícies possuem uma emissividade espectral no infravermelho de 0.9.



Resolução PRESSUPOSTOS

- Mistura perfeita do ar.
- Diferença de temperatura pequena entre superfícies o que permite a linearização da transferência de calor por radiação.

ANÁLISE

a | Cálculo do coeficiente de transmissão de calor por convecção

Para a convecção é necessário ter em conta que a superfície do pavimento é horizontal, com razão entre a área e o perímetro dada por

$$L = \frac{8 \times 5}{5+5+8+8} = \frac{40}{26} = 1.54\ m$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção, sem recorrer a valores tabelados, é aproximado a:

$$h_c = \frac{\lambda Nu}{L}$$

Para o caso do pavimento a uma temperatura superior ao ar no interior do compartimento é necessário avaliar Ra, calculado por

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

com

$$Gr = \frac{\rho^2 \beta \Delta T g L^3}{\mu^2}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

pelo que, para $\Delta T = 15\ K$, tem-se que

$$Gr = 7.78 \times 10^9$$

$$Pr = 0.713$$

$$Ra = 5.50 \times 10^9$$

Como $Ra > 10^7$ aplica-se a correlação

$$Nu = 0.15 Ra^{0.33}$$

$$Nu = 246.4$$

$$h_c = \frac{0.0257 \times 246.4}{1.54} = 4.1\ W/(m^2 K)$$

b | Cálculo do coeficiente de transmissão de calor por radiação

Trata-se de um espaço fechado em que a superfície do pavimento (1) 'vê' apenas as restantes cinco superfícies, designadas por (2), sendo $F_{12} = 1$. A emissividade equivalente pode assim calcular-se por:

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{A_1}{A_2} \right)^{-1}$$

com

$$A_1 = 8 \times 5 = 40\ m^2$$

$$A_2 = 8 \times 5 + (5+8+5+8) \times 2.8 = 40 + 72.8 = 112.8 m^2$$

pelo que

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1-0.9}{0.9} + 1 + \frac{1-0.9}{0.9}\frac{40}{112.8}\right)^{-1} = 0.87$$

O coeficiente de transmissão térmica por radiação entre as superfícies será dado por:

$$h_r = \varepsilon^* h_r^* = \varepsilon^* 4\sigma \overline{T}^3$$

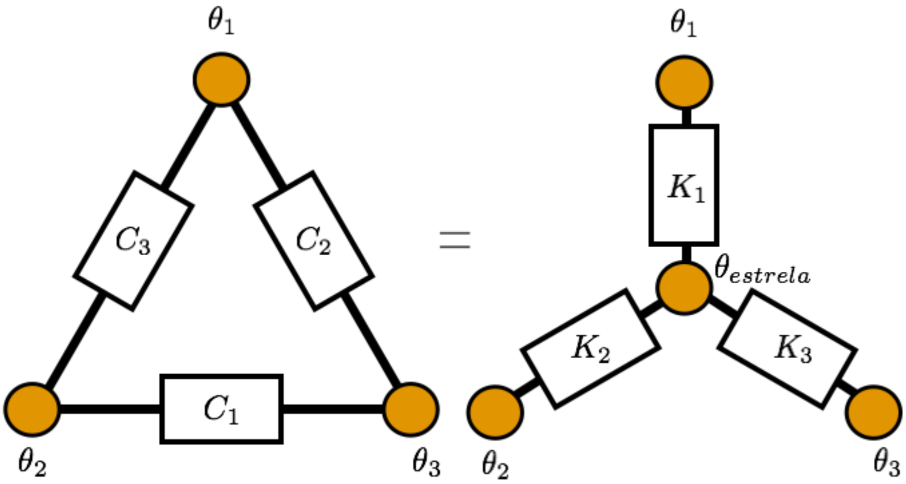
com $\overline{T}$ a temperatura média das superfícies, ou seja, $\overline{T} = 273 + 27.5 = 300.5\ K$

$$0.87 \times 4 \times 5.67 \times 10^{-8} (300.5)^3 = 0.87 \times 6.15 \simeq 5.4\ W/(m^2K)$$

COMENTÁRIOS

- A soma destes valores resulta num coeficiente de transmissão de calor global $h = 5.4 + 4.1 = 9.5\ W/(m^2K)$ cujo inverso equivale à resistência térmica superficial $R_s = 0.11\ m^2K/W$.

Exercício 3.1.2 **Encontrar as expressões** da equivalência *delta-estrela* com C_1, C_2 e C_3 as condutâncias térmicas da rede em *delta* (e.g. C_1 liga θ_2 a θ_3) e K_1, K_2 e K_3 as condutâncias térmicas da rede em "estrela"(e.g. K_1 liga θ_1).



Resolução ANÁLISE

a | Fluxo de calor entre θ_1 e θ_2

Tomando o fluxo de calor entre θ_1 e θ_2 no modelo em "delta", a condutância equivalente entre esses dois nodos é dada por:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

uma vez que C_1 se encontra em série com C_2 e essas em paralelo com C_3.

No caso do modelo em estrela essa mesma condutância é dada por

$$K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

uma vez que K_1 e K_2 se encontram em série.

Para que o modelo em *estrela* seja equivalente ao modelo em *delta* deve garantir-se que:

$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+C_3=\frac{K_1K_2}{K_1+K_2}$$

Esta expressão é equivalente a:

$$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_1+C_3C_2}{C_1+C_2}=\frac{K_1K_2K_3}{K_1K_3+K_2K_3}$$

$$\frac{C_1C_2+C_3C_1+C_3C_2}{C_1+C_2}=\frac{K_1K_2K_3}{K_1K_3+K_2K_3}$$

designando por $C_T=C_1C_2+C_3C_1+C_3C_2$ e $K_T=K_1K_2K_3$
chega-se à seguinte expressão equivalente:

$$\frac{C_1+C_2}{C_T}=\frac{K_1K_3+K_2K_3}{K_T}$$

b | Fluxo de calor entre θ_1-θ_3 e θ_2-θ_3

Repetindo o mesmo raciocínio entre os pares de nodos (θ_1,θ_3) e (θ_2,θ_3) é possível demonstrar que:

$$\frac{C_1+C_3}{C_T}=\frac{K_1K_2+K_3K_2}{K_T}$$

$$\frac{C_2+C_3}{C_T}=\frac{K_2K_1+K_3K_1}{K_T}$$

c | Expressão final

Somando duas das equações e subtraindo uma terceira chega-se a:

$$\frac{C_1+C_2}{C_T}+\frac{C_1+C_3}{C_T}-\frac{C_2+C_3}{C_T}=\frac{K_1K_3+K_2K_3}{K_T}+\frac{K_1K_2+K_3K_2}{K_T}-\frac{K_2K_1+K_3K_1}{K_T}$$

o que se pode simplificar a:

$$\frac{C_1+C_2+C_1+C_3-C_2-C_3}{C_T}=\frac{K_1K_3+K_2K_3+K_1K_2+K_3K_2-K_2K_1-K_3K_1}{K_T}$$

$$\frac{2C_1}{C_T}=\frac{2K_2K_3}{K_T}$$

pelo que

$$\frac{C_1}{C_1C_2+C_3C_1+C_3C_2}=\frac{K_2K_3}{K_1K_2K_3}$$

$$\frac{C_1}{C_1C_2+C_3C_1+C_3C_2}=\frac{1}{K_1}$$

$$C_1K_1=C_1C_2+C_3C_1+C_3C_2$$

ou, de uma forma simplificada,

$$C_1K_1=C_T$$

De uma forma semelhante, somando duas outras expressões e subtraindo a terceira, se poderia demonstrar que:

$$C_2K_2 = C_T$$

$$C_3K_3 = C_T$$

COMENTÁRIOS

- A equivalência *delta-estrela* é útil sempre que existem trocas de calor entre três elementos a temperaturas distintas. Um exemplo frequente em edifícios são duas superfícies com temperaturas θ_1 e θ_2, em que existe transferência de calor por radiação entre ambas, e essas trocam calor por convecção com ar à temperatura θ_3.

Exercício 3.1.3 Considerar a seguinte expressão para o cálculo da temperatura aparente do céu (T_c) em função da temperatura do ar exterior (T_e) e da temperatura do ponto de orvalho (T_o):

$$T_c = T_e\left(0.8 + \frac{T_o - 273}{250}\right)^{0.25}$$

em que os valores de temperatura são expressos em K.

a) Calcular a temperatura aparente do céu, sabendo que a temperatura do ar exterior e do ponto de orvalho são, respectivamente, 3°C e -0.47°C (85% humidade relativa).

b) Estimar a temperatura de uma superfície no exterior, posicionada horizontalmente e sem obstáculos relevantes no seu campo de visão com o céu. Assumir que o coeficiente de transferência de calor por convecção é 20 $W/(m^2K)$, a emissividade espectral da superfície no infravermelho é 0.9 e que não existe transferência de calor através da superfície.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente

ANÁLISE

a | Cálculo da temperatura aparente do céu

Temperatura do ar exterior: $T_e = 3 + 273.15 = 276.15K$ Temperatura do ponto de orvalho: $T_o = 0.47 + 273.15 = 273.62K$

$$T_c = 276.15\left(0.8 + \frac{273.62 - 273}{250}\right)^{0.25} = 260.9K \simeq -12°C$$

b | Cálculo da temperatura da superfície

Como a taxa de calor que atravessa a superfície é nula, o balanço de energia resulta do equilíbrio entre as trocas de calor por convecção e radiação, ou seja:

$$h_c(T_e - T_s)h_c = h_r(T_s - T_c)$$

o que resulta em:

$$T_s = \frac{T_e h_c + T_c h_r}{h_c + h_r}$$

Para calcular h_r é necessário saber:

$$h_r = \varepsilon^* h_r^* = \varepsilon^* 4\sigma \overline{T}^3$$

Tendo em consideração que a superfície da cobertura é plana ($F_{11} = 0$) e o céu é a única superfície no seu campo de visão ($F_{12} = 1$) com $A_1 \ll A_2$, tem-se:

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\frac{A_1}{A_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1\right)^{-1} = \varepsilon_1$$

Assim conclui-se que

$$h_r^* = 4 \times 5.67 \times 10^{-8} \times 273^3 = 4.6\, W/(m^2K)$$

pelo que

$$h_r = \varepsilon_1 h_r^* = 0.9 \times 4.6 = 4.2\, W/(m^2K)$$

$$T_s = \frac{276 \times 20 + 260.9 \times 4.6}{20 + 4.6} = 273.2K \simeq 0°C$$

COMENTÁRIOS

- A superfície encontra-se a $0°C$ o que é inferior à temperatura do ar, pelo que pode existir congelamento que resulta da condensação de água na superfície.

Exercício 3.1.4 Para um vidro duplo vertical com duas lâminas de vidro separadas por uma lâmina de ar:

a) Calcular o coeficiente de transmissão de calor por radiação entre as duas lâminas de vidro a cerca de 30°C e com emissividade espectral ao infravermelho de 0.9;

b) Calcular o coeficiente de transmissão global entre as duas lâminas, considerando que o coeficiente de transmissão de calor por convecção é 2 $W/(m^2K)$;

c) Calcular o coeficiente de transmissão térmica (U) do vidro duplo, desprezando a transferência de calor por condução através dos vidros;

d) Considerando que um dos panos de vidro possui um revestimento selectivo com espessura desprezável e com emissividade espectral ao infravermelho de 0.2, repetir as alíneas anteriores.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Diferença de temperatura entre os vidros pequena o que permite a linearização da transferência de calor por radiação.
- Área dos vidros elevada comparativamente à distância entre as superfícies o que permite aproximá-las a superfícies paralelas com área infinita.

ANÁLISE

a | Coeficiente de transmissão de calor por radiação

O vidro duplo é constituído por duas superfícies planas paralelas, que se podem aproximar a planos infinitos, uma vez que $L \ll A$. Assim a emissividade equivalente calcula-se por

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)^{-1}$$

como a emissividade é igual para ambos os vidros tem-se

$$\varepsilon^* = \left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)^{-1} = \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon} = \frac{0.9}{2-0.9} = 0.82$$

O coeficiente de transferência de calor por radiação pode assim ser aproximado:

$$h_r = \varepsilon^* h_r^* = \varepsilon^* 4\sigma \overline{T}^3 = 0.82 \times 4 \times 5.67 \times 10^{-8} (303)^3 = 5.2\ W/(m^2K)$$

b | Coeficiente de transmissão global

O coeficiente de transferência de calor global resulta das duas condutâncias em paralelo que se somam, pelo que:

$$h_s = h_r + h_c = 5.2 + 2 = 7.2\ W/(m^2K)$$

o que equivale a uma resistência equivalente $R = 1/7.2 = 0.14\ m^2K/W$.

c | Cálculo de U

O coeficiente de transmissão térmica do vidro duplo resulta de:

$$U = 1/R_T = (0.13 + 0.14 + 0.04)^{-1} = 3.24\ W/(m^2K)$$

d | Vidro *low*-ε

Quando uma das superfícies tem emissividade inferior (=0.2)

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1}{0.9} + \frac{1}{0.2} - 1\right)^{-1} \simeq 0.2$$

pelo que

$$h_r = 0.20 \times h_r^* = 0.20 \times 6.12 = 1.2\ W/(m^2K)$$

$$h_s = h_r + h_c = 1.2 + 2 = 3.2\ W/(m^2K)$$

o que equivale a uma resistência equivalente $R = 1/3.2 = 0.31\ m^2K/W$.

O coeficiente de transmissão térmica do vidro duplo resulta de:

$$U = 1/R_T = (0.13 + 0.31 + 0.04)^{-1} = 2.10\ W/(m^2K)$$

COMENTÁRIOS

- O vidro *low*-ε tem um coeficiente de transmissão térmica inferior ao vidro duplo normal.

Exercício 3.1.5 Um espaço fechado possui uma janela com 2 m^2. O vidro da janela está a uma temperatura de 15°C (despreza-se a existência de caixilho). As restantes superfícies estão a 20°C e totalizam uma área de 70 m^2. A emissividade espectral no infravermelho do vidro e das superfícies é $\varepsilon = 0.90$.

Calcular a taxa de calor trocada por radiação entre as restantes superfícies e o vidro.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.
- Diferença de temperatura entre os vidros pequena o que permite a linearização da transferência de calor por radiação.

ANÁLISE

a | Cálculo da emissividade equivalente

Sabendo que o espaço é fechado pode aplicar-se a formulação para a emissividade equivalente

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{A_1}{A_2} \right)^{-1}$$

O campo de visão da superfície 1 (vidro) é apenas a superfície 2 (restantes superfícies) pelo que $F_{12} = 1$, com $A_1 = 2\ m^2$ e $A_2 = 70\ m^2$. Assim:

$$\varepsilon^* = \left(\frac{1-0.9}{0.9} + 1 + \frac{1-0.9}{0.9} \frac{2}{70} \right)^{-1} \simeq 0.90$$

a | Cálculo de h_r

$$h_r = \varepsilon^* h_r^* = \varepsilon^* 4\sigma \overline{T}^3 = 0.90 \times 4 \times 5.67 \times 10^{-8} (290.5)^3 = 0.90 \times 5.56 \simeq 5.0\ W/(m^2 K)$$

A taxa calor que chega à superfície 1 será então equivalente a

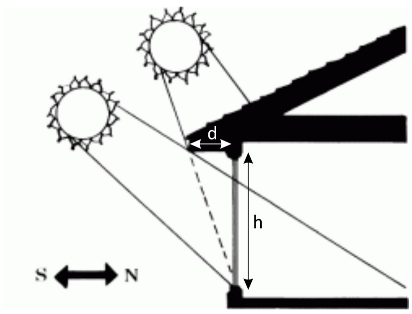
$$q = h_r A_1 \Delta T = 5 \times 2 \times 5 = 50\ W$$

COMENTÁRIOS

- A emissividade equivalente é igual à emissividade das superfícies e dos vidros pois a área da superfície 1 (vidro) é muito inferior à da superfície 2.

3.2 Radiação solar

Exercício 3.2.1 Considerar a janela de uma fachada Sul, num local do hemisfério Norte, à latitude de 39°.

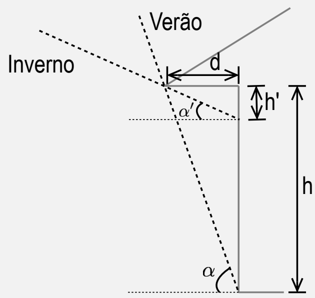


a) Estimar qual a dimensão d em função da altura h de modo que às 12h (hora solar), num dia de Verão (e.g. 30 de Junho), a janela fique totalmente sombreada;

b) Calcular o ângulo de incidência da radiação solar directa na superfície do vidro, para a mesma hora, mas num dia de Inverno (e.g. 10 de Janeiro);

c) Calcular a parcela sombreada do vidro para as condições da alínea anterior (desprezar o efeito da caixilharia).

Resolução ESQUEMA



ANÁLISE

a | Dimensão da pala

Para que exista sombreamento total da janela é necessário que

$$\tan \alpha = \frac{h}{d}$$

com α igual à altitude solar. Essa poderá ser calculada para o dia 30 de junho a partir de:

$$\sin \alpha = \cos \lambda \cos \delta \cos \omega + \sin \lambda \sin \delta$$

Para as 12 horas (hora solar) $\omega = 0$, pelo que $\cos \omega = 1$. Sabendo que $\lambda = 0.68$ rad (39°) (latitude) e δ (declinação solar) é calculada por:

$$\delta = 0.13\pi \sin\left(2\pi \frac{284 + J}{365}\right)$$

com $J = 181$, $\delta = 0.40$ rad.
A altitude solar é então $\alpha = 1.29$ rad (74°).
Finalmente $d = h/\tan \alpha = 0.28\ h$.

b | Ângulo de incidência num dia de Inverno

Para um dia de inverno (10 de janeiro), $\delta = -0.38$ rad e, assim $\sin \alpha' = 0.485$ e $\alpha = 0.5$ rad (29°).

c | Fracção sombreada num dia de Inverno

Mantendo a extensão da pala d para a incidência da radiação solar na estação de inverno calculada anteriormente, tem-se:

$$\tan \alpha' = \frac{h'}{d} = \frac{h'}{0.28h}$$

$$h' = \tan 0.5 \times 0.28h = 0.16h$$

Apenas 16% da janela estará sombreada para a hora e o dia de inverno considerados.

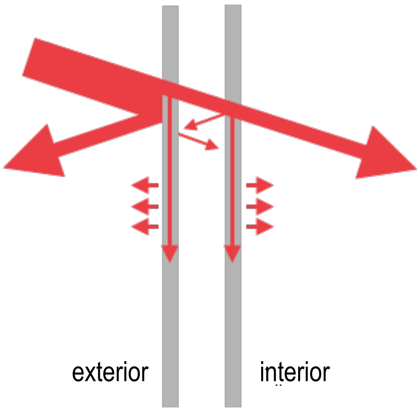
COMENTÁRIOS

- O dimensionamento da pala considera o Sol na altura solar máxima.

Exercício 3.2.2 Considerar um vidro exterior vertical com $\tau = 0.312$ e $\rho = \rho^* = 0.34$ e um vidro interior com $\tau = 0.771$ e $\rho = \rho^* = 0.07$ e, adicionalmente, valores standard para as resistências térmicas superficiais. A lâmina de ar entre os vidros tem uma espessura de 15 mm.

a) Calcular o fator solar de um vidro composto pelos dois panos de vidro;

b) Calcular o ganho de calor dissipado para o interior (condução+convecção) por um vidro com 2 m^2 de área, para uma incidência de radiação solar de 800 W/m^2.



Resolução ESQUEMA PRESSUPOSTOS

- Ângulo de incidência normal à superfície.

ANÁLISE

a | Factor solar

O fator solar do vidro duplo é, por definição, calculado por

$$g = \tau' + \alpha_1' f_1 + \alpha_2' f_2$$

com f_1 e f_2 as relações entre condutâncias térmicas calculadas para o vidro duplo por:

$$f_1 = \frac{h_{eq2}}{h_{se} + h_{eq2}}$$

$$f_2 = \frac{h_{si}}{h_{si} + h_{eq1}}$$

As resistências térmicas superficiais tomam o valor de $R''_{ar} = 0.17\ m^2K/W$, $R''_{se} = 0.04\ m^2K/W$ e $R''_{si} = 0.13\ m^2K/W$, pelo que:

$$h_{eq1} = \frac{h_{se}/R''_{ar}}{h_{se} + 1/R''_{ar}} = \frac{25/0.17}{25 + 1/0.17} = 4.76$$

$$h_{eq2} = \frac{h_{si}/R''_{ar}}{h_{si} + 1/R''_{ar}} = \frac{7.7/0.17}{7.7 + 1/0.17} = 3.33$$

assim

$$f_1 = \frac{3.33}{25 + 3.33} = 0.118$$

$$f_2 = \frac{7.7}{7.7+4.76} = 0.618$$

Para os parâmetros ópticos tem-se para o vidro exterior:

$$\alpha_1 = 1 - 0.312 - 0.34 = 0.348$$

e para o vidro interior:

$$\alpha_2 = 1 - 0.771 - 0.07 = 0.159$$

Assim:

$$\tau' = \frac{\tau_1\tau_2}{1-\rho_1^*\rho_2^*} = \frac{0.312\times 0.771}{1-0.07\times 0.34} = 0.246$$

$$\alpha_1' = \alpha_1\left(1+\frac{\rho_2\tau_1}{1-\rho_1^*\rho_2^*}\right) = 0.348\times\left(1+\frac{0.07\times 0.312}{1-0.07\times 0.34}\right) = 0.356$$

$$\alpha_2' = \alpha_2\frac{\tau_1}{1-\rho_1^*\rho_2^*} = 0.159\frac{0.312}{1-0.07\times 0.34} = 0.051$$

Finalmente o fator solar é calculado por:

$$g = 0.246+0.356\times 0.118+0.051\times 0.618 = 0.32$$

a | Ganho de calor

O ganho de calor dissipado para o interior por condução e convecção inclui apenas a segunda e terceira parcela do fator solar:

$$g^* = 0.356\times 0.118+0.051\times 0.618 = 0.07$$

Sendo que o ganho de calor calcula-se por

$$q = g^* A_w G = 0.07\times 2\times 800 = 117\ W$$

COMENTÁRIOS

- Para este vidro, 22% dos ganhos de calor ocorrem por transferência de calor por condução e convecção.

Exercício 3.2.3 **Calcular o factor solar** do vidro simples e do vidro duplo incolor, quando posicionados verticalmente e com uma lâmina de ar de 15 *mm*, para cada um dos ângulos de incidência indicados na tabela.

ângulo de incidência	0°	50°	80°
transmissividade τ	0.771	0.727	0.346
absorssividade α	0.159	0.180	0.170
reflectividade ρ,ρ^*	0.070	0.093	0.484

Resolução ANÁLISE

a | Vidro simples

As resistências térmicas superficiais tomam os seguintes valores: $R''_{se} = 1/h_{se} = 0.04\ m^2K/W$ e $R''_{si} = 1/h_{si} = 0.13\ m^2K/W$.

O fator solar do vidro simples é calculado por:

$$g = \tau + \alpha \frac{h_{si}}{h_{si} + h_{se}}$$

onde se considera desprezável a resistência térmica do pano de vidro.

Para o ângulo de incidência 0° (ou $\perp$), tem-se:

$$g_{\perp} = \tau_{\perp} + \alpha_{\perp} \frac{h_{si}}{h_{si} + h_{se}}$$

$$g_{\perp} = 0.771 + 0.159 \frac{1/0.13}{1/0.13 + 1/0.04} = 0.771 + 0.159 \frac{7.69}{7.69 + 25}$$

$$g_{\perp} = 0.771 + 0.159 \times 0.235 = 0.81$$

Para os restantes ângulos de incidência:

$$g_{(50^\circ)} = 0.727 + 0.180 \times 0.235 = 0.77$$

$$g_{(80^\circ)} = 0.346 + 0.170 \times 0.235 = 0.39$$

a | Vidro duplo

A resistência térmica da cavidade de ar não ventilada de 15 mm é $R''_{ar} = 0.17\ m^2K/W$.

Para o vidro duplo a formulação de base a adoptar é:

$$g = \tau' + \alpha'_1 \frac{h_{eq2}}{h_{se} + h_{eq2}} + \alpha'_2 \frac{h_{si}}{h_{si} + h_{eq1}}$$

com

$$h_{eq1} = \frac{h_{se}/R''_{ar}}{h_{se} + 1/R''_{ar}} = \frac{25/0.17}{25 + 1/0.17} = 4.76$$

$$h_{eq2} = \frac{h_{si}/R''_{ar}}{h_{si} + 1/R''_{ar}} = \frac{7.7/0.17}{7.7 + 1/0.17} = 3.33$$

e, para a situação de uma incidência de 0°:

$$\tau' = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = \frac{0.771^2}{1 - 0.07^2} = 0.597$$

$$\alpha'_1 = \alpha_1 \left(1 + \frac{\rho_2^* \tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*}\right) = 0.159 \times \left(1 + \frac{0.07 \times 0.771}{1 - 0.07^2}\right) = 0.168$$

$$\alpha'_2 = \alpha_2 \frac{\tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = 0.159 \frac{0.771}{1 - 0.07^2} = 0.123$$

Finalmente, o fator solar calcula-se por:

$$g_{\perp} = 0.597 + 0.168\frac{3.33}{25+3.33} + 0.123\frac{7.69}{7.69+4.76}$$

$$g_{\perp} = 0.597 + 0.168 \times 0.118 + 0.123 \times 0.618 = 0.69$$

Para os casos de outros ângulos de incidência é necessário recalcular:

$$\tau' = \frac{0.727^2}{1-0.093^2} = 0.533$$

$$\alpha_1' = 0.180 \times \left(1 + \frac{0.093 \times 0.727}{1-0.093^2}\right) = 0.192$$

$$\alpha_2' = 0.180\frac{0.727}{1-0.093^2} = 0.132$$

$$g_{(50^\circ)} = 0.533 + 0.192 \times 0.118 + 0.132 \times 0.618 = 0.64$$

$$\tau' = \frac{0.346^2}{1-0.484^2} = 0.156$$

$$\alpha_1' = 0.170 \times \left(1 + \frac{0.484 \times 0.346}{1-0.484^2}\right) = 0.207$$

$$\alpha_2' = 0.170\frac{0.346}{1-0.484^2} = 0.077$$

$$g_{(80^\circ)} = 0.533 + 0.192 \times 0.118 + 0.132 \times 0.618 = 0.23$$

COMENTÁRIOS

- O factor solar diminui 7% entre 0° e 50°, enquanto que diminui 67% entre 0° e 80°.

Exercício 3.2.4 Duas lâminas de vidro, (1) e (2), possuem as seguintes propriedades:

Vidro	1	2
transmissividade, τ	0.312	0.771
reflectividade directa, ρ	0.340	0.070
reflectividade da face voltada para a caixa-de-ar, ρ^*	0.429	0.070

a) Calcular o factor solar de um vidro duplo com lâmina de ar de 15 *mm*, constituído por duas lâminas de vidro, (1) a lâmina exterior e (2) a lâmina interior.

b) Calcular o factor solar do mesmo vidro duplo na posição invertida, ou seja (1) a lâmina interior e (2) a lâmina exterior.

Resolução PRESSUPOSTOS

- O factor solar é calculado para um ângulo de incidência de 0°.

ANÁLISE

a | Vidro duplo em posição normal

Para o vidro duplo a formulação de base a adoptar é:

$$g = \tau' + \alpha'_1 f_1 + \alpha'_2 f_2$$

com f_1 e f_2 as relações entre condutâncias térmicas calculadas no exercício anterior para o vidro duplo:

$$f_1 = 0.118$$

$$f_2 = 0.618$$

Para os parâmetros ópticos tem-se:

$$\alpha_1 = 1 - \tau_1 - \rho_1 = 1 - 0.312 - 0.340 = 0.348$$

$$\alpha_2 = 1 - 0.771 - 0.07 = 0.159$$

$$\tau' = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = \frac{0.312 \times 0.771}{1 - 0.429 \times 0.07} = 0.248$$

$$\alpha'_1 = \alpha_1 \left(1 + \frac{\rho_2^* \tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*}\right) = 0.348 \times \left(1 + \frac{0.07 \times 0.312}{1 - 0.429 \times 0.07}\right) = 0.356$$

$$\alpha'_2 = \alpha_2 \frac{\tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = 0.159 \frac{0.312}{1 - 0.429 \times 0.07} = 0.051$$

Por fim

$$g = 0.248 + 0.356 \times 0.118 + 0.159 \times 0.618 = 0.39$$

a | Vidro duplo invertido

Invertendo a posição dos vidros alteram-se:

$$\tau' = \frac{\tau_2 \tau_1}{1 - \rho_2^* \rho_1^*} = 0.248$$

$$\alpha'_1 = \alpha_2 \left(1 + \frac{\rho_1^* \tau_2}{1 - \rho_2^* \rho_1^*}\right) = 0.159 \times \left(1 + \frac{0.429 \times 0.771}{1 - 0.07 \times 0.429}\right) = 0.213$$

$$\alpha'_2 = \alpha_1 \frac{\tau_2}{1 - \rho_2^* \rho_1^*} = 0.348 \frac{0.771}{1 - 0.07 \times 0.429} = 0.277$$

$$g = 0.248 + 0.213 \times 0.118 + 0.277 \times 0.618 = 0.44$$

COMENTÁRIOS

- O vidro duplo em que a lâmina 2 (vidro incolor) se encontra do lado exterior tem um factor solar mais elevado do que o vidro duplo em que a lâmina colorida (lâmina 1) se encontra do lado exterior. A diferença não é significativa por forma a considerar uma solução giratória com posições distintas para Verão e Inverno.

Exercício 3.2.5 A superfície exterior de uma cobertura plana encontra-se a uma temperatura θ_s. Essa troca calor por radiação com o céu a uma temperatura θ_{ceu} e por convecção com ar à temperatura θ_{ar}, com coeficientes de transmissão de calor por radiação e convecção, respectivamente h_r e h_c. Para além disso nela incide radiação solar G $[W/m^2]$. A superfície possui absortividade solar α.

Calcular a temperatura equivalente θ_{eq} e a resistência térmica R_{eq} que verifica:

$$q''_s = \frac{1}{R''_{eq}}(\theta_{eq} - \theta_s)$$

em que q''_s é o balanço da taxa de calor que atravessa a superfície.

Resolução ESQUEMA

PRESSUPOSTOS

-

ANÁLISE **a | Passo**

Pelo método nodal a temperatura da superfície θ_s encontra-se pela resolução de:

$$h_c(\theta_s - \theta_{ar}) + h_r(\theta_s - \theta_{ceu}) + q''_s = \alpha G$$

$$q''_s = h_c\theta_{ar} + h_r\theta_{ceu} + \alpha G - (h_c + h_r)\theta_s$$

$$q''_s = (h_c + h_r)\left(\frac{h_c\theta_{ar} + h_r\theta_{ceu} + \alpha G}{h_c + h_r} - \theta_s\right)$$

Da expressão anterior conclui-se que:

$$\theta_{eq} = \frac{h_c\theta_{ar} + h_r\theta_{ceu} + \alpha G}{h_c + h_r} = \frac{h_c\theta_{ar} + h_r\theta_{ceu} + \alpha G}{h_c + h_r}$$

$$R''_{eq} = \frac{1}{h_c + h_r}$$

COMENTÁRIOS

- A temperatura obtida identifica-se por temperatura ar-sol, ou seja a rede térmica pode ser simplificada a uma condutância térmica equivalente associada à temperatura equivalente ar-sol.
- Notar que $\frac{1}{h_c+h_r} = R''_{se}$. Quando $\theta_{ceu} \simeq \theta_{ar}$

$$\theta_{eq} = \theta_{ar} + \alpha G R''_{se}$$

Exercício 3.2.6 Uma fachada exterior de um edifício é constituída por 10 m^2 de parede opaca e cor branca, e 5 m^2 de janela com vidro simples incolor (desprezar o efeito da caixilharia). Propriedades termofísicas da parede: $U = 3.5\,W/(m^2K)$, absortividade solar 0.30 e da janela: $U = 5.8\,W/(m^2K)$, factor solar 0.85.

a) Calcular o ganho de calor total através da fachada quando nessa incide radiação solar 700 W/m^2 e com uma temperatura do ar exterior de 35°C e do ar interior de 25°C.

b) Discutir qual a forma mais efectiva de redução do ganho de calor.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente

ANÁLISE **a | Ganho de calor**

O ganho de calor através da envolvente opaca é obtido através da rede equivalente, com:

$$\theta_{eq} = \theta_e + \frac{\alpha G}{h_{se}} = 35 + 0.3 \times 700/25 = 43.4°C$$

$$q_{op} = H_{eq}(\theta_{eq} - \theta_i) = AU(T_{eq} - T_i) = 10 \times 3.5(43.4 - 25) = 644\ W$$

O ganho de calor através da janela é obtido através de uma rede térmica equivalente, com dois fluxos de calor que entram em nodos distintos de temperatura:

$$\theta_{eq1} = \theta_e + \frac{\alpha G A}{H_{eq1}}$$

$$H_{eq1} = A/R''_{se} = Ah_{se}$$

$$\theta_{eq2} = \theta_{eq1} + \frac{\tau G A}{H_{eq2}}$$

$$H_{eq2} = A\frac{U^* h_{se}}{U^* + h_{se}} = AU$$

com U^* o coeficiente de transmissão térmica sem considerar a resistência térmica superficial, R''_{se}, pelo que:

$$\theta_{eq2} = \theta_e + \frac{\alpha G}{h_{se}} + \frac{\tau G}{U}$$

A taxa de calor será então dada por:

$$q_{jan} = AU(\theta_{eq2} - \theta_i) = AU\left(\theta_e + \frac{\alpha G}{h_{se}} + \frac{\tau G}{U} - \theta_i\right)$$

$$q_{jan} = AU(\theta_e - \theta_i) + AU\left(\frac{\alpha G}{h_{se}} + \frac{\tau G}{U}\right) = AU(\theta_e - \theta_i) + AG\left(\frac{\alpha U}{h_{se}} + \tau\right)$$

$$q_{jan} = AU(\theta_e - \theta_i) + gAG$$

$$q_{jan} = 5 \times 5.8(35 - 25) + 5 \times 0.85 \times 700 = 290 + 2975 = 3265\ W$$

a | Formas de reduzir o ganho de calor

Para reduzir o ganho solar através da envolvente opaca considerar a redução de U, o que implicará uma colocação de isolamento térmico. A redução da absorção solar é difícil uma vez que o valor já é pequeno (cor clara).

Para reduzir o ganho solar através da envolvente envidraçada considerar a redução do fator solar do próprio vidro ou a adoção de uma solução de sombreamento ou, em alternativa, reduzir a área de vão envidraçado. Embora com um impacto menor a redução de U da janela reduz também o ganho solar.

Exercício 3.2.7 A radiação solar absorvida por uma parede dupla de alvenaria de tijolo é 500 W/m^2. Os panos de alvenaria são iguais e têm uma espessura de 12.5 cm. Entre esses existe 15 cm de isolamento térmico. **Estimar a temperatura** entre o pano de alvenaria exterior e o isolamento térmico, para condições de regime permanente, quando o ar exterior e o ar interior se encontram à mesma temperatura de 20°C. Considerar que o céu se encontra à mesma temperatura do ar exterior. Propriedades termofísicas da alvenaria de tijolo: $R'' = 0.45\ m^2K/W$ e do isolamento térmico: $\lambda = 0.04\ W/(mK)$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE

O efeito da radiação solar na parede exterior pode ser simplificado a uma temperatura equivalente calculada por:

$$\theta_{eq} = \theta_e + \frac{\alpha G}{h_{se}} = 20 + 500/25 = 40°C$$

A resistência total de todos os elementos que compõem a parede inclui:

$$R''_T = 2 \times 0.45 + 0.15/0.04 + 0.04 + 0.13 = 4.82\ m^2K/W$$

$$U = 1/R''_T = 1/4.82 = 0.21\ W/(m^2K)$$

O fluxo de calor que atravessa a parede é dado por:

$$q'' = U(\theta_{eq} - \theta_i) = 0.21(40 - 20) = 4.15\ W/m^2$$

Para calcular a temperatura superficial entre a alvenaria de tijolo exterior e o isolamento térmico, basta ter em consideração:

$$\theta_s = \frac{R''_e \theta_i + R''_i \theta_{eq}}{R''_i + R''_e}$$

em que R''_i e R''_e são o conjunto de resistências térmicas da superfície para o interior e exterior, respectivamente.

$$R''_i = 0.15/0.04 + 0.45 + 0.13 = 4.33\ m^2K/W$$

$$R''_e = 0.45 + 0.04 = 0.49\ m^2K/W$$

Assim:

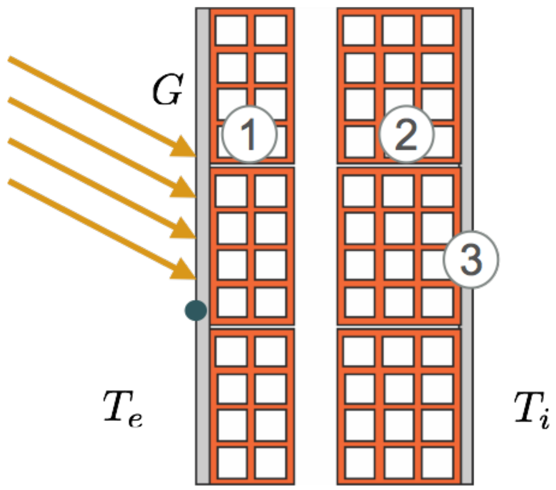
$$\theta_s = \frac{0.49 \times 20 + 4.33 \times 40}{4.33 + 0.49} = 38°C$$

COMENTÁRIOS

- O valor encontrado aproxima-se da temperatura equivalente exterior pois o ponto em estudo localiza-se entre o exterior e a primeira camada de isolamento térmico.

Exercício 3.2.8 A parede exterior representada na figura é composta por dois panos de alvenaria, com reboco de ambos os lados com uma espessura de 1.5 cm. Entre os dois panos de alvenaria existe uma caixa de ar com 6 cm de espessura.

Calcular a temperatura superficial do reboco exterior quando a radiação absorvida pela superfície é 600 W/m^2, $\theta_e = 20$ºC e $\theta_i = 20$ºC.



Propriedades termofísicas:
(1) Tijolo com 11 cm de espessura $R'' = 0.27\ m^2K/W$;
(2) Tijolo com 15 cm de espessura $R'' = 0.39\ m^2K/W$;
(3) Condutividade térmica do reboco $\lambda = 1.15\ W/(mK)$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE **a | Balanço de energia no nodo de temperatura superficial**

A equação que descreve o balanço de energia no nodo θ_{se} (temperatura superficial exterior) é

$$\alpha G = (\theta_{se} - \theta_e)h_{se} + (\theta_{se} - \theta_i)U^*$$

com U^* o coeficiente de transmissão térmica do conjunto rebocos, alvenaria de tijolo e caixa de ar, onde se inclui apenas a resistência térmica superficial interior.

Resolvendo a equação apresentada anteriormente tem-se

$$\alpha G = \theta_{se}(h_{se} + U^*) - \theta_e h_{se} - \theta_i U^*$$

$$\theta_{se}(h_{se}+U^*) = \alpha G + \theta_e h_{se} + \theta_i U^*$$

$$\theta_{se} = \frac{\alpha G + \theta_e h_{se} + \theta_i U^*}{h_{se}+U^*}$$

Torna-se necessário calcular U^*

$$R''_T = R''_{si} + R''_{t15} + R''_{t11} + R''_{ar} + 2R''_{reb}$$

A resistência térmica da cavidade de ar toma o valor tabelado de $R''_{ar} = 0.18 m^2K/W$.

$$R''_{reb} = 0.015/1.15 = 0.013\ m^2K/W$$

$$R''_T = 0.13+0.39+0.27+0.18+2\times 0.013 = 0.98\ m^2K/W$$

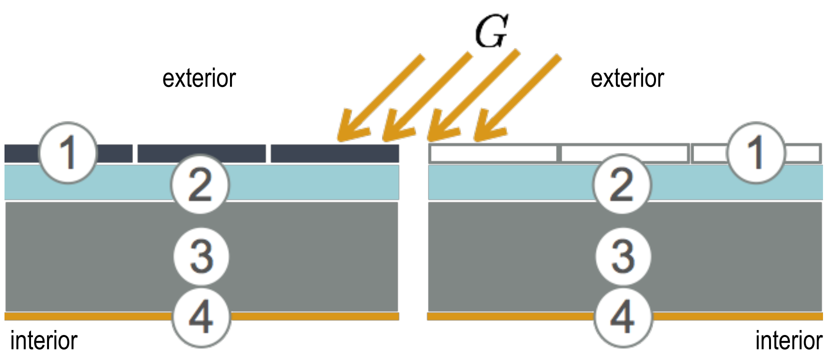
$$U^* = 1/0.98 = 1.02\ W/(m^2K)$$

$$\theta_{se} = \frac{600+20\times 25+20\times 1.02}{25+1.02} = 53.3°C$$

COMENTÁRIOS

- A temperatura superficial exterior é superior à temperatura do ar exterior devido ao efeito da radiação solar.

Exercício 3.2.9 **Calcular a temperatura superficial exterior** de cada revestimento em cerâmica (1 na Figura), com absortividade solar: 0.7 (cor escura) e 0.3 (cor clara), com $G = 800\ W/m^2$, $\theta_e = 10$ºC e $\theta_i = 22$ºC. Assumir que o fluxo de calor é vertical e unidirecional e as resistências térmicas superficiais são standard.



Propriedades termo-físicas:
(1) Revestimento cerâmico 2 cm de espessura e $\lambda = 1.1\ W/(mK)$;
(2) Isolamento térmico 10 cm de espessura e $\lambda = 0.045\ W/(mK)$;
(3) Betão 20 cm de espessura e $\lambda = 1.8\ W/(mK)$;
(4) Reboco 1 cm de espessura e $\lambda = 1.5\ W/(mK)$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE

A resolução segue a formulação do problema anterior em que U^* se calcula agora por

$$R''_T = R''_{si} + R''_1 + R''_2 + R''_3 + R''_4$$

Para a resistência térmica superficial interior adopta-se o pressuposto de fluxo de calor descendente, caso esse não se verifique devem refazer-se os cálculos.

$$R''_T = 0.17 + 0.02/1.1 + 0.1/0.045 + 0.2/1.8 + 0.01/1.5 = 2.53\ m^2K/W$$

$$U^* = 1/2.53 = 0.40\ W/(m^2K)$$

$$\theta_{se} = \frac{\alpha G + \theta_e h_{se} + \theta_i U^*}{h_{se} + U^*}$$

a | Cor escura

$$\theta_{se} = \frac{0.7 \times 800 + 10 \times 25 + 22 \times 0.40}{25 + 0.40} = 32.2°C$$

(fluxo descendente)

a | Cor clara

$$\theta_{se} = \frac{0.3 \times 800 + 10 \times 25 + 22 \times 0.40}{25 + 0.40} = 19.6°C$$

(fluxo ascendente)

Como no último caso o fluxo é ascendente deve recalcular-se U^* com $R''_{si} = 0.10\ m^2K/W$

$$R''_T = 0.10 + 0.02/1.1 + 0.1/0.045 + 0.2/1.8 + 0.01/1.5 = 2.46\ m^2K/W$$

$$U^* = 1/2.46 = 0.41\ W/(m^2K)$$

$$\theta_{se} = \frac{0.3 \times 800 + 10 \times 25 + 22 \times 0.41}{25 + 0.41} = 19.6°C$$

O que não altera o resultado obtido para a temperatura.

COMENTÁRIOS

- O sentido do fluxo de calor depende do absortividade solar do revestimento cerâmico.

Exercício 3.2.10 Para um vidro com coeficiente de transmissão térmica, $U = 3.8\ W/(m^2K)$ e um factor solar 0.70, **calcular a radiação solar incidente** de forma a compensar as perdas térmicas que resultam de uma diferença de temperatura do ar de 1°C.

Resolução ANÁLISE

Como primeiro passo é necessário calcular o fluxo de calor devido às trocas de calor por transmissão, para uma diferença de temperatura de 1°C:

$$q = U\Delta\theta = 3.8 \times 1 = 3.8\ W/m^2$$

Os ganhos de calor que permitem compensar essas perdas resultarão de $q = gG$, pelo que:

$$G = q/g = 3.8/0.70 = 5.4\ W/m^2$$

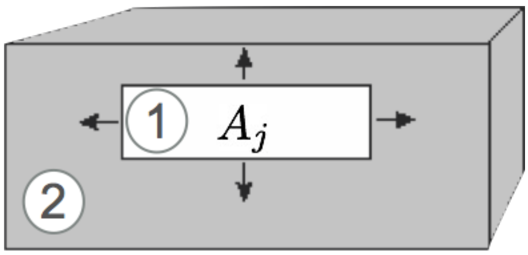
COMENTÁRIOS

- As perdas térmicas que resultam de uma diferença de temperatura entre o interior e o exterior de 10°C são compensadas sempre que existir radiação solar superior a 54 W/m^2.

Exercício 3.2.11 Considerar um espaço que possui uma fachada com área total A_f (parede+janela) que se encontra exposta à radiação solar média G $[W/m^2]$. Sabe-se ainda que a condutância total que resulta da ventilação e da transmissão através dos restantes elementos (excluindo a fachada) é H_t.

Estimar G a partir do qual qualquer aumento da área de janela, A_j, causa uma redução do calor a fornecer ao espaço, q $[W]$, para manter uma diferença de temperatura entre o interior e o exterior de 10ºC.

Propriedades termo-físicas (1) Janela: $U = 4\ W/(m^2K)$, Fator de ganho solar $g_{vidro} = 0.7$, fração de vidro na janela $F_g = 0.75$; (2) Parede: $U = 0.5\ W/(m^2K)$



Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE

a | Balanço de energia

O calor a fornecer ao espaço é um ganho de calor que, conjuntamente com os ganhos solares, compensam as perdas de calor por transmissão através da envolvente. Desprezando os ganhos solares através da envolvente opaca:

$$q + gF_gA_wG = (A_f - A_w)U_p\Delta\theta + A_wU_w\Delta T$$

Resolvendo a expressão para encontrar q em função das restantes variáveis

$$q = A_fU_p\Delta\theta - A_wU_p\Delta\theta + A_wU_w\Delta\theta - gF_gA_wG$$

$$q = A_fU_p\Delta\theta + A_w(U_w\Delta\theta - U_p\Delta\theta - gF_gG)$$

Quer encontrar-se o valor mínimo de G para o qual um acréscimo de A_w diminua q, condição que apenas se verifica se:

$$U_w\Delta\theta - U_p\Delta\theta - gF_gG < 0$$

Resolvendo para encontrar G tem-se:

$$U_w\Delta\theta - U_p\Delta\theta < gF_gG$$

$$G > \frac{(U_w - U_p)\Delta\theta}{gF_g}$$

$$G > \frac{(4-0.5)\times 10}{0.7\times 0.75}$$

$$G > 66.67\ W/m^2$$

COMENTÁRIOS

- Para uma orientação solar onde se possa garantir um radiação solar média superior a 67 W/m 2 é favorável o aumento da área de vãos.

Exercício 3.2.12 Considerar uma cobertura em terraço, com área de 30 m^2 e que possui um isolamento térmico amovível de 8 cm de espessura, colocado sobre uma laje de betão com 22 cm de espessura, com o seguinte funcionamento para os meses de Verão:

- no período diurno, o isolamento térmico encontra-se activado e cobre totalmente a laje de betão, a radiação solar absorvida pela cobertura é 700 W/m^2, a temperatura do ar exterior é 35°C e a temperatura do ar interior é 22°C.
- no período noturno, o isolamento térmico é retirado e a cobertura fica apenas constituída pela laje de betão, a temperatura do ar exterior é 19°C, a temperatura do ar interior é 22° e a temperatura aparente do céu é 15°C.

Assumir que os coeficientes de transferência de calor por convecção e radiação são 20 e 5 $W/(m^2K)$, respectivamente. Propriedades termofísicas: Condutividade térmica do isolamento $\lambda_i = 0.04\ W/(mK)$ e do betão $\lambda_b = 1.8\ W/(mK)$.

a) Calcular a taxa de calor que atravessa a cobertura no período diurno, em condições de regime permanente e assumindo que a temperatura do céu não difere da temperatura do ar exterior.

b) Calcular a taxa de calor que atravessa a cobertura no período nocturno.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente;
- Fluxo descendente no período diurno;
- Fluxo ascendente no período nocturno.

ANÁLISE **a | Período diurno**

No período diurno, a temperatura aparente do céu é igual à temperatura do ar exterior, com h_c igual a 20 $W/(m^2K)$ e h_r aproximado a 5 $W/(m^2K)$, pelo que $h_s = h_c + h_r = 20 + 5 = 25\ W/(m^2K)$. A rede pode simplificar-se através do conceito de temperatura equivalente a

$$\theta_{eq} = \theta_e + \alpha G/h_s = 35 + 700/25 = 63°C$$

e

$$U = (0.08/0.04 + 0.22/1.8 + 0.17 + 0.04)^{-1} = 0.429\ W/(m^2K)$$

O fluxo de calor calcula-se assim por:

$$q = A_c U(\theta_{eq} - \theta_i) = 30 \times 0.429 \times (63 - 22) = 527\ W$$

a | Período nocturno

No período nocturno, não existe incidência de radiação solar, mas a temperatura aparente do céu é inferior à temperatura do ar exterior pelo que

$$\theta_{eq} = \frac{h_c\theta_e + h_r\theta_c}{h_c + h_r}$$

Assumindo os mesmos coeficientes de transmissão de calor por convecção e radiação tem-se que:

$$\theta_{eq} = \frac{20 \times 19 + 5 \times 15}{20 + 5} = 18.2°C$$

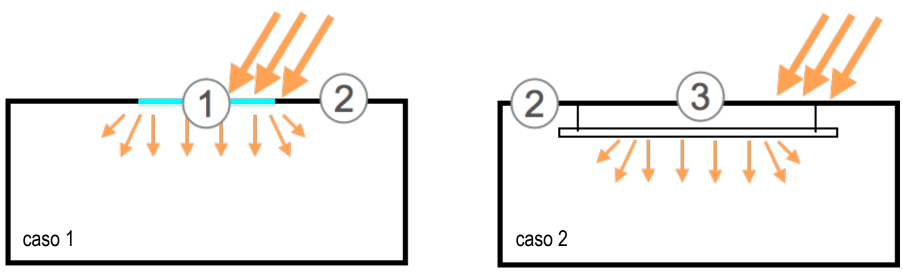
$$U = (0.22/1.8 + 0.10 + 0.04)^{-1} = 3.81\ W/(m^2K)$$

$$q = A_c U(T_i - \theta_{eq}) = 30 \times 3.81 \times (22 - 18.2) = 435\ W$$

COMENTÁRIOS

- O fluxo de calor que atravessa a cobertura é descendente no período diurno e ascendente no período nocturno, pelo que U é distinto em cada uma das situações.
- No período nocturno, a temperatura superficial é inferior à temperatura do ar pelo que a convecção tem um efeito negativo nas perdas de calor pela cobertura.

Exercício 3.2.13 **Qual das seguintes situações conduz a um maior requisito de potência térmica do sistema de arrefecimento**, num dia de Verão em que o ar exterior se encontra a 33ºC e assumindo que a temperatura do ar se encontra regulada para os 23ºC. Assumir condições de regime permanente e que todas as superfícies, à excepção da cobertura com área A_t, são adiabáticas. Desprezar as trocas radiativas com o céu e o efeito da caixilharia. Considerar que a radiação solar incidente na cobertura é 600 W/m^2. O equipamento de iluminação (3) dissipa calor no interior do espaço a uma taxa de 20 W por unidade de área de pavimento (=área da cobertura)



Propriedades termofísicas:

(1) Clarabóia translúcida: $U = 4.5\ W/(m^2K)$, $g_{v,\theta} = 0.1$, $A = 0.3\ A_t$;

(2) Laje da cobertura: $U = 1\ W/(m^2K)$, $\alpha = 0.4$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.
- Desprezam-se as trocas radiativas com o céu.
- Despreza-se a existência de caixilharia.

ANÁLISE

a | Caso 1

No caso 1 os ganhos de calor resultam do ganho de calor através da envolvente envidraçada e da envolvente opaca, que contabilizam o ganho de calor por transmissão através da envolvente.

$$q = (g_{v,\theta} G + U_w \Delta\theta) A_w + (\alpha U_c R_{se} G + U_c \Delta\theta) A_c$$

Normalizando os ganhos de calor por unidade de área total:

$$q/A_t = (g_{v,\theta} G + U_w \Delta\theta) A_w/A_t + (\alpha U_c R_{se} G + U_c \Delta\theta) A_c/A_t$$

$$q/A_t = 0.3 \times (0.1 \times 600 + 4.5 \times 10) + 0.7 \times (0.4 \times 1 \times 0.04 \times 600 + 1 \times 10) = 45.2\ W/m^2$$

a | Caso 2

No caso 2 os ganhos de calor provêm da dissipação de calor do sistema de iluminação e dos ganhos através da envolvente opaca.

$$q = q_l + (\alpha U_c R_{se} G + U_c \Delta\theta) A_c$$

$$q/A_t = q_l/A_t + (\alpha U_c R_{se} G + U_c \Delta\theta) A_c/A_t$$

$$q/A_t = 20 + (0.4 \times 1 \times 0.04 \times 600 + 1 \times 10) = 39.6\ W/m^2$$

COMENTÁRIOS

- Para estas condições o sistema de iluminação artificial é mais favorável pois resulta numa menor taxa de calor para o interior do espaço.

4. BALANÇO DE ENERGIA NUMA ZONA TÉRMICA

4.1 Regime permanente

Exercício 4.1.1 Considere um espaço fechado com seis faces das quais cinco são superfícies adiabáticas e totalmente reflectoras (e.g. $\rho(\lambda) = 1$). O ar exterior à temperatura θ_e entra no espaço e é aquecido por uma fonte de calor convectiva, q_c. Assume-se qua a mistura do ar é perfeita, pelo que o ar sai do espaço à temperatura θ_i.

a) Desenhar a rede térmica equivalente, representando a condutância de transmissão por H_t.

b) Avaliar a equivalência entre as fontes de calor aproximadas que representam a ventilação do espaço e uma condutância de ventilação H_v.

c) Exprimir a temperatura do ar interior como uma função numérica dos restantes parâmetros.

d) Calcular a diferença de temperatura entre o ar interior e exterior, assumindo condições de regime permanente e um caudal de ar de 200 m^3/h, $H_t = 33\ W/K$ e $\dot{Q}_c = 1\ kW$.

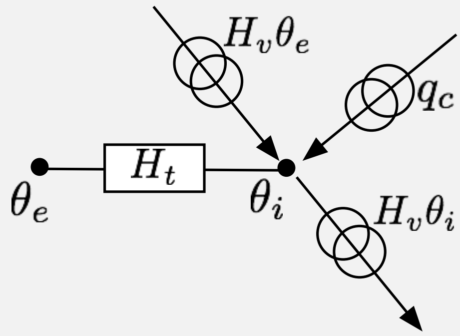
Propriedades termo-físicas do ar: $\rho = 1.2\ kg/m^3$ e $c = 1000\ J/(kgK)$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente
- A mistura perfeita do ar no espaço

ANÁLISE

a | Rede térmica equivalente



b | Fontes de calor aproximadas

Aplicando o método nodal ao nodo θ_i com $H_v = \dot{m}c$ tem-se a seguinte equação:

$$(\theta_i - \theta_e)H_t + H_v\theta_i = q_c + H_v\theta_e$$

$$q_c = (\theta_i - \theta_e)H_t + (\theta_i - \theta_e)H_v = (H_v + H_t)(\theta_i - \theta_e)$$

A ventilação entre o interior e o exterior pode ser representada por uma condutância H_v que se encontra em paralelo com H_t.

c | Temperatura do ar interior

Desenvolvendo a equação anterior tem-se que:

$$\theta_i = \theta_e + \frac{q_c}{H_v + H_t}$$

c | Diferença de temperatura do ar

Para calcular a diferença de temperatura entre o interior e o exterior recorre-se a:

$$\Delta\theta = \theta_i - \theta_e = \frac{q_c}{H_v + H_t}$$

H_v calcula-se a partir de

$$H_v = \dot{v}\rho c$$

com $\dot{v} = 200/3600 = 0.056\ m^3/s$, pelo que $H_v = 1.2 \times 1000 \times 0.056 = 67W/K$

$$\Delta\theta = \frac{1000}{67 + 33} = 10°C$$

COMENTÁRIOS

- A condutância de ventilação é uma simplificação da rede térmica, sempre que as trocas de ar se fazem entre o interior e o exterior.

Exercício 4.1.2 Considere o mesmo espaço do exercício anterior, em que se conhece a composição da única parede com área A que separa o volume do ar aquecido do exterior (em detrimento de H_t): um material homogéneo com condutividade λ e espessura e. Uma fonte de calor radiativa de elevado comprimento de onda q_r actua na superfície interior da parede e uma fonte de calor radiativa de baixo comprimento de onda (solar) q_s actua na superfície exterior da parede.

a) Desenhar a rede térmica equivalente.

b) Exprimir a temperatura do ar interior em função dos restantes parâmetros, recorrendo ao método em rede.

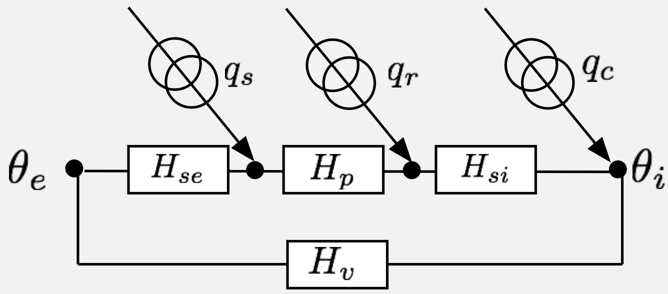
c) Calcular a temperatura do ar interior para a situação em que $\theta_e = 5°\text{C}$, $A = 10\ m^2$, $L = 20\ cm$, $\lambda = 1\ W/(mK)$, $q_c = 1000\ W$, $q_r = 250\ W$, $q_s = 1700\ W$ e caudal de ar de $\dot{v} = 200\ m^3/h$.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente;
- A mistura perfeita do ar no espaço.

ANÁLISE

a | Rede térmica equivalente



b | Resolução das equações

O método em rede define que, para um circuito fechado, se verifica:

$$\sum_i \frac{q_i}{H_i} = 0$$

com q_i a taxa de calor que atravessa um dado ramo e H_i a condutância térmica atravessada pelo fluxo de calor, pelo que:

$$-\frac{q_v}{H_v} + \frac{q_c - \dot{Q}_v}{H_{si}} + \frac{q_r + q_c - q_v}{H_p} + \frac{q_s + q_r + q_c - q_v}{H_{se}} = 0$$

Na equação anterior são dados do problema as condutâncias térmicas e as taxas de calor q_c, q_r e q_s. Notar que embora se conheça H_v para calcular a taxa de calor por ventilação deve conhecer-se a temperatura do ar interior, dado que:

$$q_v = H_v(\theta_i - \theta_e)$$

pelo que

$$\theta_i = \theta_e + \frac{q_v}{H_v}$$

$$q_v = \frac{R_1 q_c + R_2 q_r + R_3 q_s}{R_4}$$

com

$$R_1 = 1/H_{si} + 1/H_p + 1/H_{se}$$

$$R_2 = 1/H_p + 1/H_{se}$$

$$R_3 = 1/H_{se}$$

$$R_4 = 1/H_v + 1/H_{si} + 1/H_p + 1/H_{se}$$

c | Cálculo da temperatura do ar interior
Com os dados do problema pode-se calcular

$$H_v = \rho c \dot{v} = 1200 \times 200/3600 = 66.7\ W/K$$

$$H_{si} = A/R''_{si} = 10/0.13 = 769\ W/K$$

$$H_{se} = A/R''_{se} = 10/0.04 = 250\ W/K$$

$$H_p = A\lambda/e = 10 \times 1/0.2 = 50\ W/K$$

pelo que:

$$R_1 = 0.037\ K/W$$

$$R_2 = 0.024\ K/W$$

$$R_3 = 0.004\ K/W$$

$$R_4 = 0.052\ K/W$$

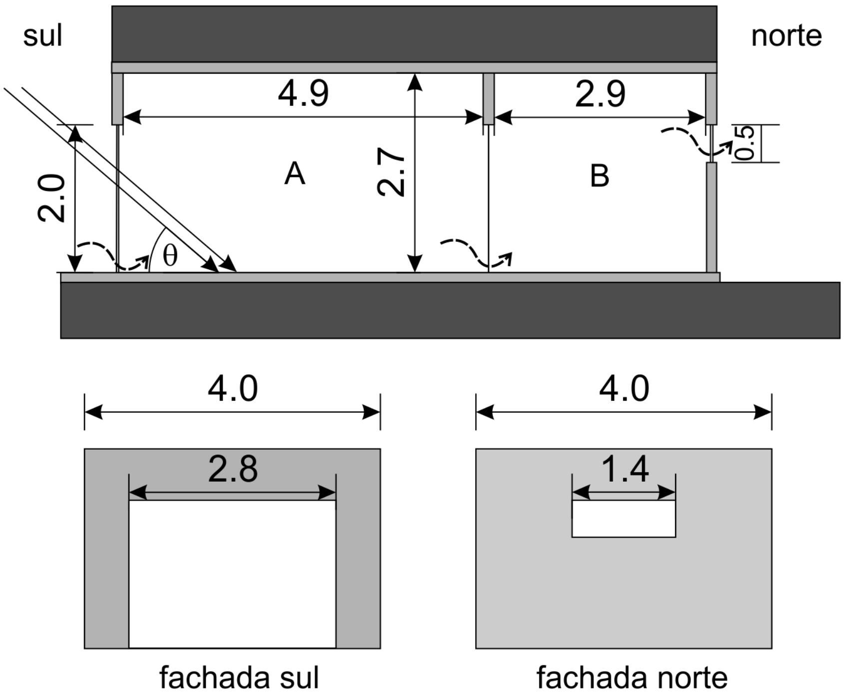
$$q_v = \frac{0.037 \times 1000 + 0.024 \times 250 + 0.004 \times 1700}{0.052} = 958\ W$$

$$\theta_i = 5 + \frac{958}{66.7} = 19.4°C$$

COMENTÁRIOS

- Este exercício também poderia ser resolvido pelo método nodal, escrevendo uma equação por cada nodo de temperatura não conhecida (três equações).

Exercício 4.1.3 O espaço representado na figura é caracterizado por superfícies horizontais adiabáticas; ventilação dos espaços (sentido sul → norte) de 8.82 l/s; paredes da fachada sul e norte constituídas por (do interior para o exterior): 10 cm isolamento térmico ($\lambda = 0.05\ W/(mK)$), 25 cm tijolo (resistência térmica 0.50 m^2K/W) e 2 cm reboco ($\lambda = 1.1\ W/(mK)$), absortividade solar 0.4; coeficiente de transmissão térmica (U) médio dos elementos divisórios (parede+porta) entre o espaço A e B é 1 $W/(m^2K)$ e coeficiente de transmissão térmica (U) das janelas é 4.3 $W/(m^2K)$. A radiação solar incidente no plano do vão envidraçado é 400 W/m^2 e a temperatura do ar exterior 2°C. A área de vidro representa 60% da área total do vão envidraçado.



a) Calcular o coeficiente de transmissão térmica (U) da parede da fachada.

b) Calcular o fator solar (g_θ), para o ângulo de incidência θ representado na figura, de um vão envidraçado composto por duas lâminas de vidro de 6 mm ($\lambda = 1\ W/(mK)$), com uma caixa de ar de 15 mm, sem revestimentos que lhe reduzam a emissividade e com as seguintes propriedades (τ-transmissividade solar, ρ-reflectividade solar):

lâmina interior: $\tau_\theta = 0.771$ e $\rho_\theta = 0.070$; lâmina exterior: $\tau_\theta = 0.609$ e $\rho_\theta = 0.060$

c) Calcular o coeficiente de redução de perdas (ou fator de ajuste, b) do espaço B, em condições de regime permanente e quando esse é considerado como um espaço adjacente a A (zona aquecida) e em que o fator de ajuste pode ser calculado por:

$$b = \frac{T_A - T_B}{T_A - T_e}$$

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE **a | Cálculo de** U

O coeficiente de transmissão térmica das paredes da fachada calcula-se através das resistências térmicas dos elementos que as compõem, incluindo as resistências térmicas superficiais.

$$R_T = \frac{0.1}{0.05} + 0.5 + \frac{0.02}{1.1} + 0.13 + 0.04 = 2.69\ m^2K/W$$

pelo que:

$$U = \frac{1}{R_T} = 0.37\ W/(m^2K)$$

a | Cálculo de g

O fator solar do vidro calcula-se por:

$$g = \tau' + \alpha_1' f_1 + \alpha_2' f_2$$

com f_1 e f_2 as relações entre condutâncias térmicas calculadas para o vidro duplo por:

$$f_1 = \frac{h_{eq2}}{h_{se} + h_{eq2}} = 0.118$$

$$f_2 = \frac{h_{si}}{h_{si} + h_{eq1}} = 0.618$$

em que:

$$h_{eq1} = \frac{h_{se}/R_{ar}}{h_{se} + 1/R_{ar}} = \frac{25/0.17}{25 + 1/0.17} = 4.76$$

$$h_{eq2} = \frac{h_{si}/R_{ar}}{h_{si} + 1/R_{ar}} = \frac{7.7/0.17}{7.7 + 1/0.17} = 3.33$$

Para os parâmetros ópticos tem-se para o vidro exterior:

$$\alpha_1 = 1 - 0.609 - 0.06 = 0.331$$

e para o vidro interior:

$$\alpha_2 = 1 - \tau_1 - \rho_1 = 1 - 0.771 - 0.07 = 0.159$$

Assim:

$$\tau' = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = \frac{0.609 \times 0.771}{1 - 0.07 \times 0.06} = 0.472$$

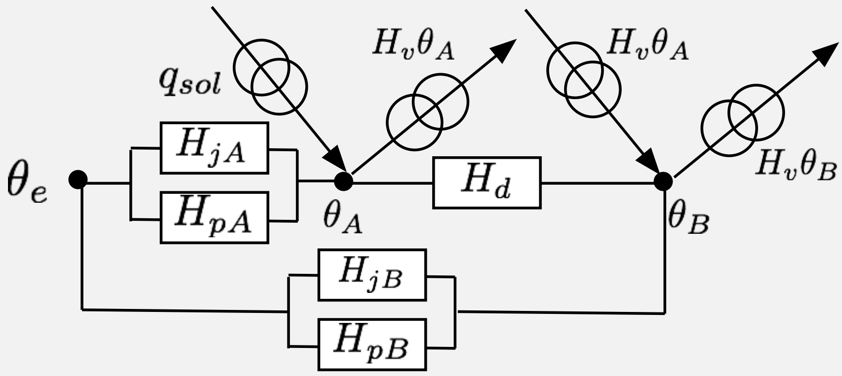
$$\alpha_1' = \alpha_1 \left(1 + \frac{\rho_2^* \tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*}\right) = 0.331 \times \left(1 + \frac{0.07 \times 0.609}{1 - 0.07 \times 0.06}\right) = 0.345$$

$$\alpha_2' = \alpha_2 \frac{\tau_1}{1 - \rho_1^* \rho_2^*} = 0.159 \frac{0.609}{1 - 0.07 \times 0.06} = 0.097$$

Finalmente o fator solar é calculado por:

$$g = 0.472 + 0.345 \times 0.118 + 0.097 \times 0.618 = 0.57$$

a | Cálculo de b



Para calcular o factor de ajuste é necessário calcular as temperaturas do ar interior dos espaços A e B, pelo que deve recorrer-se ao balanço de energia nos nodos A e B dados por:

$$(gA_v + \alpha U R_{se} A_p)G + H_v\theta_e = (\theta_A - \theta_e)(H_{jA} + H_{pA}) + H_v\theta_A + H_d(\theta_A - \theta_B)$$

$$H_v\theta_A + H_d(\theta_A - \theta_B) = H_v\theta_B + (H_{jB} + H_{pB})(\theta_B - \theta_e)$$

Resolvendo a segunda equação em ordem a θ_B:

$$\theta_B = \frac{(H_{jB} + H_{pB})\theta_e + (H_v + H_d)\theta_A}{H_d + H_v + H_{jB} + H_{pB}}$$

Designa-se por:

$$H_1 = H_d \frac{H_{jB} + H_{pB}}{H_d + H_v + H_{jB} + H_{pB}}$$

$$H_2 = H_d \frac{H_v + H_d}{H_d + H_v + H_{jB} + H_{pB}}$$

pelo que:

$$\theta_A = \frac{(gA_v + \alpha U R_{se} A_p)G + (H_v + H_{jA} + H_{pA} + H_1)\theta_e}{H_{jA} + H_{pA} + H_v + H_d - H_2} = \frac{q_{sol} + H_3\theta_e}{H_4}$$

Calculando cada um termos separadamente tem-se:

$$q_{sol} = (g + \alpha U R_{se})G = [0.57 \times 0.60 \times 2 \times 2.8 + 0.4 \times 0.04 \times (4 \times 2.7 - 2 \times 2.8)]400$$

$$q_{sol} = (1.92 + 0.08)400 = 800\ W$$

$$H_v = \rho C \dot{v} = 1200 \times 0.00882 = 10.6\ W/K$$

$$H_{jA} = 4.3 \times 2.8 \times 2 = 24.08\ W/K$$

$$H_{jB} = 4.3 \times 1.4 \times 0.5 = 3.01\ W/K$$

$$H_{pB} = 0.37(4 \times 2.7 - 1.4 \times 0.5) = 3.74\ W/K$$

$$H_{pA} = 0.37(4 \times 2.7 - 2.8 \times 2) = 1.92\ W/K$$

$$H_d = 1 \times 2.7 \times 4 = 10.8\ W/K$$

$$H_1 = H_d \frac{H_{jB} + H_{pB}}{H_d + H_v + H_{jB} + H_{pB}} = 10.8 \frac{3.01 + 3.74}{10.8 + 10.6 + 3.01 + 3.74} = 2.59\ W/K$$

$$H_2 = H_d \frac{H_v + H_d}{H_d + H_v + H_{jB} + H_{pB}} = 10.8 \frac{10.6 + 10.8}{10.8 + 10.6 + 3.01 + 3.74} = 8.21\ W/K$$

$$H_3 = H_v + H_{jA} + H_{pA} + H_1 = 10.6 + 24.08 + 1.92 + 2.59 = 39.19\ W/K$$

$$H_4 = H_{jA} + H_{pA} + H_v + H_d - H_2 = 24.08 + 1.92 + 10.6 - 10.8 = 25.8\ W/K$$

Pelo que:

$$\theta_A = \frac{800 + 39.19 \times 2}{25.8} = 34.04^\circ C$$

$$\theta_B = \frac{H_1}{H_d}\theta_e + \frac{H_2}{H_d}\theta_A = \frac{2.59}{10.8}2 + \frac{8.21}{10.8}34.04 = 26.4^\circ C$$

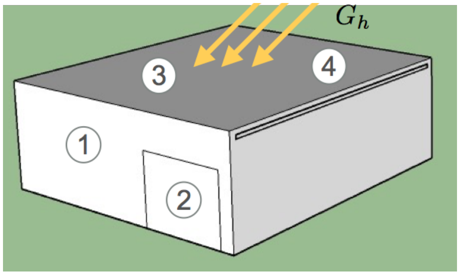
$$b = \frac{\theta_A - \theta_B}{\theta_A - \theta_e} = \frac{34.04 - 26.4}{30.04 - 2} = 0.27$$

COMENTÁRIOS

- O coeficiente de redução de perdas é um indicador adimensional de quanto afastada está a temperatura do espaço da temperatura exterior.

Exercício 4.1.4 Considerar um armazém com um pavimento quadrangular adiabático (10×10 m). O pé-direito é 4 m. As grelhas de ventilação são desprezáveis em termos de área e U, bem como a irradiação solar nas paredes/porta.

a) Calcular a temperatura do ar interior, considerando condições de regime permanente, $G_h = 400$ W/m^2 e $T_e = 26$ºC.



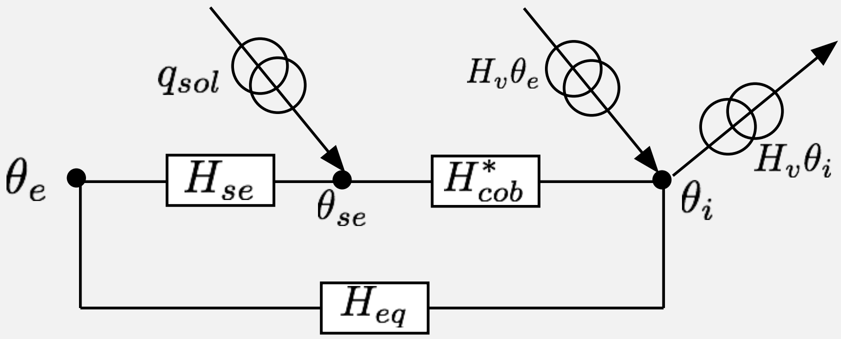
Propriedades termo-físicas:
(1) Paredes $U = 0.82$ $W/(m^2K)$;
(2) Porta com área 5 m^2 e $U = 3.2$ $W/(m^2K)$;
(3) Cobertura metálica com resistência termica desprezável e absortividade exterior 0.7;
(4) Taxa de ventilação 1.2 RPH.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.

ANÁLISE

Para encontrar a temperatura do ar interior, procura-se esquematizar o problema através de uma rede térmica, com os nodos de interesse a temperatura superficial exterior da cobertura e a temperatura do ar interior.



Utilizando as regras de simplificação (equivalência da temperatura ar-sol) calcula-se:

$$\theta_{eq} = \theta_e + \frac{\alpha G}{h_{se}} = 26 + \frac{0.7 \times 400}{25} = 37.2^oC$$

As condutâncias da parede e porta encontram-se em paralelo pelo que a condutância equivalente resulta de:

$$H_{eq} = H_{porta} + H_{parede} = A_{porta}U_{porta} + A_{parede}U_{parede}$$

$$A_{porta} = 5\ m^2$$

$$A_{parede} = 4 \times 4 \times 10 - 5 = 160 - 5 = 155\ m^2$$

$$H_{eq} = 5 \times 3.2 + 155 \times 0.82 = 16 + 127 = 143\ W/K$$

Para calcular a condutância de ventilação é necessário saber:

$$V = 4 \times 10 \times 10 = 400\ m^3$$

$$H_v = \rho c \dot{V} = 1.2 \times 1000 \times \frac{1.2V}{3600} = 1.2 \times \frac{1.2 \times 400}{3.6} = 133\ W/K$$

Visto a resistência da cobertura ser desprezável e assumindo fluxo de calor descendente, a condutância da cobertura calcula-se por:

$$U_{cob} = \frac{1}{R_{se} + R_{si}} = \frac{1}{0.04 + 0.17} = 4.76\ W/(m^2K)$$

$$H_{cob} = A_{cob}U_{cob} = 100 \times 4.76 = 476\ W/K$$

Nota: Não se calcula H^*_{cob} pois a rede foi simplificada através da temperatura ar-sol.

Aplicando o método nodal calcula-se a temperatura do ar interior através da seguinte equação:

$$H_{cob}(\theta_{eq} - \theta_i) = H_{eq}(\theta_i - \theta_e)$$

$$\theta_i = \frac{H_{cob}\theta_{eq} + (H_{eq} + H_v)\theta_e}{H_{cob} + H_{eq} + H_v} = \frac{476 \times 37.2 + (133 + 143) \times 26}{476 + (133 + 143)} = 33.1^oC$$

Confirma-se o pressuposto de fluxo descendente.

COMENTÁRIOS

- A temperatura do ar interior é muito superior ao ar exterior devido aos ganhos solares através da cobertura.

Exercício 4.1.5 Num dia de Outono registam-se os seguintes valores para a temperatura do ar exterior:

[°C]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
AM	10.5	9.1	8.0	7.2	6.7	6.5	6.8	7.8	9.4	11.3	13.5	15.7
PM	17.6	19.2	20.2	20.5	20.3	19.8	19.0	17.9	16.5	15.1	13.5	11.9

a) Calcular os graus-dia de aquecimento para uma temperatura de base 20°C.

b) Calcular as necessidades diárias de energia para aquecimento para manter no interior uma temperatura de 20°C de um espaço caracterizado por uma condutância total de 65 W/K. Considerar condições de regime permanente e desprezar os ganhos internos e solares.

c) Determinar a potência de aquecimento do mesmo espaço assumindo uma temperatura de projecto de 2°C (97,5%).

d) Repetir as alíneas anteriores para uma temperatura de referência de 18°C.

Resolução PRESSUPOSTOS

- Condições de regime permanente.
- Ganhos internos e solares desprezáveis.

ANÁLISE

a | Graus-dia de aquecimento

O número de graus dia é calculado pelas diferenças positivas entre a temperatura base e a temperatura do ar exterior:

$$GD = \frac{1}{24}\sum_i [\theta_b - (\theta_e)_i]^+$$

$$GD = \frac{1}{24}[(20-10.5)+(20-9.1)+(20-8)+...+(20-19.2)+(20-19.8)+...+(20-11.9)]$$

$$GD = \frac{157}{24} = 6.54°C.dia$$

b | Necessidades de energia para aquecimento

A energia necessária para aquecer o espaço ã temperatura base (ou de referência), em condições estacionárias, consiste apenas em:

$$Q = H \cdot GH = 65 \times 157 = 10205\ Wh = 10.2\ kWh$$

c | Potência de aquecimento

Para estimar a potência de aquecimento para as condições estabelecidas como de projeto ã mesma temperatura base das alíneas anteriores, calcula-se:

$$q = H \cdot (\theta_b - \theta_p) = 65 \times (20-2) = 1170\ W = 1.2\ kW$$

d | Temperatura de base de 18°C

Alterando a temperatura base é necessário recalcular todos os parâmetros seguindo a mesma metodologia:

$$GD = \frac{1}{24}[(18-10.5)+(18-9.1)+(18-8)+...+(18-17.6)+(18-17.9)+...+(18-11.9)]$$

$$GD = \frac{119}{24} = 4.96°C.dia$$

$$Q = 65 \times 119 = 7735Wh = 7.7kWh$$

$$q = 65 \times (18-2) = 1040\ W = 1.0\ kW$$

COMENTÁRIOS

- Caso se adopte por equipamento de 1 kW, nas condições de projeto a temperatura no interior não atinge os $20°C$ mas apenas os $18°C$.

4.2 Método quase-estacionário

Exercício 4.2.1 Um apartamento no segundo piso de um edifício com cinco pisos não obstruído pela radiação solar possui 112.5 m^2 de área de pavimento e um pé direito médio de 2.6 m. As condutâncias totais de transmissão e ventilação são 71.15 e 80.50 W/K, respectivamente. As áreas totais efectivas de captação solar dos elementos opacos e envidraçados a Este e Oeste são 3.02 e 10.62 m^2, respectivamente. Os ganhos internos médios por unidade de área de pavimento são 4 W/m^2 e o edifício tem inércia forte ($a = 4.2$). Considera-se desprezável a diferença de temperatura entre o ar exterior e o céu e os ganhos solares através da envolvente opaca.

Considerar os seguintes dados climáticos que caracterizam o período de Junho a Setembro:

- Temperatura média do ar exterior ($\overline{\theta}_e$): 20.4°C;
- Radiação solar global integrada (E): Este 327 kWh/m^2, Oeste 463 kWh/m^2.

a) Calcular os termos de transferência linear e não linear para uma temperatura de referência de 25°C e para o período total dos quatro meses;

b) Calcular o factor de utilização de ganhos e perdas para as mesmas condições da alínea a);

c) Calcular as necessidades de energia de arrefecimento utilizando a formulação do factor de utilização de ganhos e perdas e para as mesmas condições da alínea a).

Resolução PRESSUPOSTOS

- Aplicação do método quase-estacionário.

ANÁLISE **a | Transferência de calor linear e não linear**

A transferência de calor linear calcula-se genericamente por:

$$Q_{ht} = H_{ht}L(\theta_{ref} - \overline{\theta}_e)$$

em que cada um dos termos equivale a:

$$H_{ht} = 71.15 + 80.5 = 151.65\ W/K$$

$$L = 122 \times 24 = 2928\ h$$

$$Q_{ht} = 151.65 \times 2928(25 - 20.4) = 2042543.5\ Wh = 2044\ kWh$$

A transferência de calor não linear resulta de:

$$Q_{gn} = Q_{int} + Q_{sol} - \Delta Q_{ceu}$$

em que cada um dos termos equivale a:

$$Q_{int} = q_{int}L = 4 \times 112.5 \times 2928 = 1317600\ Wh = 1317.6\ kWh$$

$$Q_{sol} = \sum A_{sol,i}E_i = 3.02 \times 327 + 10.62 \times 463 = 5904.6\ kWh$$

Como a diferença de temperatura entre o ar exterior e o céu é desprezável:

$$\Delta Q_{ceu} = 0$$

Por fim:

$$Q_{gn} = 1317.6 + 5904.6 = 7222\ kWh$$

b | Factor de utilização de ganhos e perdas

Os fatores de utilização de ganhos e perdas são calculados por expressões distintas mas que dependem de γ e a.

$$\gamma = \frac{Q_{gn}}{Q_{ht}} = \frac{7222}{2044} = 3.53$$

Pelo que:

$$\eta_g = \frac{1-\gamma^a}{1-\gamma^{a+1}} = \frac{1-3.53^{4.2}}{1-3.53^{5.2}} = 0.28$$

$$\eta_l = \frac{1-\gamma^{-a}}{1-\gamma^{-a-1}} = \frac{1-3.53^{-4.2}}{1-3.53^{-5.2}} = 0.99$$

c | Necessidades de energia para arrefecimento

As necessidades de energia para arrefecimento calculam-se alternativamente por:

$$Q_{nd,C} = (1-\eta_g)Q_{gn} = (1-0.28)7222 \simeq 5200\ kWh$$

$$Q_{nd,C} = Q_{gn} - \eta_l Q_{ht} = 7222 - 0.99 \times 2044 \simeq 5200\ kWh$$

COMENTÁRIOS

- As necessidades de energia para arrefecimento correspondem a 46.2 kWh/m^2 o que é um valor significativamente elevado.

Exercício 4.2.2 As dimensões internas de um espaço são 3.6 m para a largura, 5.5 m para a profundidade e 2.8 m para a altura. A única fachada exterior com área de 10.08 m^2, possui uma janela e encontra-se orientada a oeste sem obstáculos. A janela possui uma área total de 7 m^2, em que a caixilharia representa 30% da área. A parte opaca é composta por alvenaria de tijolo e 4 cm de isolamento térmico.

A temperatura média mensal do ar exterior e a radiação solar média numa superfície orientada a Oeste, para o mesmo período, são:

Mês	$\overline{\theta}_e$ (°)	$\overline{G}_{sol,W}$ W/m^2
Janeiro	3.2	20
Fevereiro	4.8	37
Março	6.3	85
Abril	7.8	82
Maio	13.0	99
Junho	15.4	117
Julho	18.3	125
Agosto	17.0	92
Setembro	14.9	68
Outubro	10.1	44
Novembro	5.4	21
Dezembro	4.2	17

Considerar os pressupostos indicados em baixo e propriedades termofísicas: janela $U = 3.3\ W/(m^2K)$; tijolo: $R''_t = 0.39\ m^2K/W$ e isolamento térmico: $\lambda = 0.037\ W/(mK)$.

a) Usar o método quase-estacionário para calcular as necessidades de energia para aquecimento, com uma temperatura de referência de 20°C, para o mês de outubro, calculando a transferência de calor linear, não linear e o fator de utilização dos ganhos. Considerar que as janelas não têm sombreamento e que o factor solar do vidro para uma incidência de radiação solar média é 0.20.

b) Calcular as necessidades de arrefecimento para o mês de julho, considerando que o factor solar do vidro é 0.72, para uma incidência média da radiação solar nos meses de verão, e o factor solar do sombreamento é 0.23; os dispositivos de sombreamento móveis encontram-se activos 65% do tempo e a temperatura de referência é 25°C.

c) Estudar a influência da inércia térmica nos resultados encontrados em a) e b) assumindo $a = 1.8$ (inércia leve).

Resolução PRESSUPOSTOS

- O espaço é ventilado, com uma taxa de renovação de ar novo (à mesma temperatura do ar exterior) de 1.0 *rph* no período 08:00 às 18:00. Desprezam-se as infiltrações de ar existentes no restante período.
- Dissipação interna de calor numa taxa de 20 W por m^2 de área de pavimento, entre 08:00 e 18:00.
- O coeficiente de absorção solar da superfície opaca exterior é 0.6.
- A inércia do edifício é forte, $a = 4.2$.
- As superfícies que constituem o pavimento, tecto e paredes internas são adiabáticas; as ligações de ponte térmica são desprezáveis para o cálculo da condutância de transmissão de calor; a diferença média de temperatura entre o céu e o ar exterior é desprezável.

ANÁLISE

a | Necessidades de energia para aquecimento

A transferência de calor linear e não linear calculam-se por:

$$Q_{ht} = H_{ht}L(\theta_{ref} - \overline{\theta}_e)$$

$$Q_{gn} = Q_{int} + Q_{sol} - \Delta Q_{ceu}$$

pelo que é necessário calcular os seguintes parâmetros:

$$R''_{par} = 0.29 + 0.04/0.037 + 0.13 + 0.04 = 1.64\ m^2K/W$$

$$U_{par} = 1/1.64 = 0.61\ W/(m^2K)$$

$$H_{tr} = A_{jan}U_{jan} + A_{par}U_{par}$$

$$H_{tr} = 7 \times 3.3 + (10.08 - 7)0.61 = 25\ W/K$$

O valor médio da renovação de ar

$$\dot{v} = \frac{3.6 \times 5.5 \times 2.8}{3600} \times \frac{10}{24} = 0.0064\ m^3/s$$

$$H_{ve} = \rho_a c_a \dot{v} = 1200 \times 0.0064 = 7.7\ W/K$$

$$H_{ht} = H_{tr} + H_{ve} = 25 + 7.7 = 32.7\ W/K$$

$$Q_{ht} = 32.7 \times 31 \times 24(20 - 10.1) = 240684\ Wh$$

Quando há dissipação de calor no interior do espaço essa é de:

$$q_{int} = 20 \times 3.6 \times 5.8 = 396\ W$$

o que ocorre apenas entre as 8:00 e as 18:00 (10 horas/dia), pelo que:

$$Q_{int} = 396 \times 10 \times 31 = 122760\ Wh$$

A área efetiva de captação solar através da envolvente opaca e envidraçada é:

$$A_{sol} = \alpha U R_{se} A_{par} + \overline{g}_\theta F_g A_w = 0.6 \times 0.61 \times 0.04 \times 3.08 + 0.7 \times 0.2 \times 7 = 0.045 + 0.98 = 1.025\ m^2$$

em que $\overline{g}_\theta$ tomou o valor de $F_w g_{g,\perp}$

$$Q_{sol} = A_{sol} \overline{G}_{sol,W} L = 1.025 \times 44 \times 31 \times 24 = 33556\ Wh$$

$$Q_{gn} = Q_{sol} + Q_{int} = 33556 + 122760 = 156316\ Wh$$

$$\gamma = \frac{Q_{gn}}{Q_{ht}} = \frac{156316}{240684} = 0.65$$

$$\eta_g = \frac{1 - 0.65^{4.2}}{1 - 0.65^{5.2}} = 0.94$$

$$Q_{nd,H} = Q_{ht} - \eta_g Q_{gn} = 240648 - 0.94 \times 156316 = 94371\ Wh \simeq 94\ kWh$$

b | Necessidades de energia para arrefecimento

Para o mês de Julho a transferência de calor linear tendo em vista uma temperatura de referência de $25°C$ calcula-se por:

$$Q_{ht} = 32.7 \times 31 \times 24(25 - 18.3) = 163000\ Wh = 163\ kWh$$

Os ganhos internos são iguais aos calculados para o mês de Outubro, uma vez que ambos os meses têm 31 dias.

A área efetiva colectora equivale agora a:

$$A_{sol} = \alpha U R_{se} A_{par} + \overline{g}_\theta F_g A_w$$

com

$$\overline{g}_\theta = \overline{g}_{sh,\theta} F_{ms} + g_{g,\theta}(1 - F_{ms}) = 0.23 \times 0.65 + 0.72 \times 0.35 = 0.40$$

pelo que:

$$A_{sol} = 0.045 + 0.40 \times 0.7 \times 7 = 2\ m^2$$

$$Q_{sol} = 2 \times 125 \times 31 \times 24 = 186000\ Wh = 186\ kWh$$

$$Q_{gn} = 186000 + 122760 = 308760\ Wh$$

$$\gamma = \frac{308760}{163000} = 1.89$$

$$\eta_g = \frac{1 - 1.89^{4.2}}{1 - 1.89^{5.2}} = 0.51$$

$$Q_{nd,C} = (1 - \eta_g) Q_{gn} = (1 - 0.51) \times 308760 = 151290\ Wh \simeq 151\ kWh$$

a | Efeito da inércia térmica
Quando se altera a inércia térmica os valores calculados passam a ser:

$$\eta_g = \frac{1 - 0.65^{1.8}}{1 - 0.65^{2.8}} = 0.77$$

$$Q_{nd,H} = Q_{ht} - \eta_g Q_{gn} = 240648 - 0.77 \times 156316 = 120280\ Wh \simeq 120\ kWh$$

Uma menor inércia reduz o factor de utilização de ganhos pelo que as necessidades de aquecimento são superiores.

$$\eta_g = \frac{1 - 1.89^{1.8}}{1 - 1.89^{2.8}} = 0.43$$

$$Q_{nd,C} = (1 - \eta_g) Q_{gn} = (1 - 0.43) \times 308760 = 174800\ Wh \simeq 175\ kWh$$

Uma menor inércia reduz o factor de utilização de ganhos pelos que as necessidades de arrefecimento são superiores.

Exercício 4.2.3 Considere um zona térmica com área de pavimento de 70 m^2, caracterizada por uma condutância total de transmissão e ventilação de 2.14 W/K por unidade de área de pavimento. A zona térmica possui 2 m^2 de vãos envidraçados, exclusivamente na fachada sudeste, em que a área de caixilharia corresponde a 25% da área total e o vidro é duplo e incolor, com fator solar, $g_{g,\perp}$=0.75. O fator de seletividade angular assume-se igual a 0.9 para qualquer mês. No interior da zona térmica existe dissipação de calor de 3 W por unidade de área de pavimento durante o período diurno, das 9 às 17h, todos os dias. Não existem obstruções que causem sombreamento do vão. Despreze os ganhos solares pela envolvente opaca e as trocas radiativas com o céu. A inércia térmica do edifício é leve ($a = 1.8$).

Assumem-se adicionalmente os seguintes variáveis climáticas:

mês	$\overline{T}_e$ [°]	$\overline{G}_{sol,SE}$ $[W/m^2]$
Agosto	24.9	180

Utilizando o método quase-estacionário, calcular as necessidades de arrefecimento no mês de Agosto, para uma temperatura de referência de 25°C, assumindo que o vão envidraçado possui um dispositivo de sombreamento móvel que, quando activado, reduz o factor solar para $g_{sh,\perp}$=0.15. O dispositivo móvel encontra-se ativado 60% do tempo.

Resolução ANÁLISE

A transferência de calor linear tem em consideração os seguintes termos:

$$H_{ht} = 2.14 \times 70 = 149.8\ W/K$$

$$Q_{ht} = 149.8 \times 31 \times 24(25 - 24.9) = 11145\ Wh$$

A transferência de calor não linear calcula-se a partir dos ganhos internos e solares. A dissipação de calor ocorre apenas entre as 9 e as 17h (8 horas/dia), pelo que o seu valor médio é de:

$$\dot{Q}_{int} = 3 \times 70 \frac{8}{24} = 70\ W$$

$$Q_{int} = 70 \times 31 \times 24 = 52080\ Wh$$

Para o cálculo dos ganhos solares é necessário calcular previamente a área efetiva colectora onde se desprezam os ganhos solares através da envolvente opaca:

$$A_{sol} = \overline{g}_{\theta} F_g A_w$$

com

$$\overline{g}_{\theta} = \overline{g}_{sh,\theta} F_{ms} + F_w g_{g,\perp}(1 - F_{ms}) = 0.15 \times 0.6 + 0.9 \times 0.75 \times 0.4 = 0.36$$

pelo que

$$A_{sol,SE} = 0.36 \times 0.75 \times 2 = 0.54\ m^2$$

$$Q_{sol} = A_{sol,SE} \overline{G}_{sol,SE} L = 0.54 \times 180 \times 31 \times 24 = 72317\ Wh$$

$$Q_{gn} = Q_{int} + Q_{sol} = 52080 + 72317 = 124397\ Wh$$

Por fim, podem calcular-se as necessidades de arrefecimento através de:

$$\gamma = \frac{124397}{11145} = 11.16$$

$$\eta_g = \frac{1 - 11.16^{1.8}}{1 - 11.16^{2.8}} = 0.09$$

$$Q_{nd,C} = (1 - \eta_g) Q_{gn} = (1 - 0.09) \times 124397 = 113380\ Wh \simeq 113\ kWh$$

As necessidades de arrefecimento calculadas equivalem a 1.6 kWh/m^2.

Exercício 4.2.4 Para um clima em que a temperatura média do ar exterior seja superior à temperatura de referência:

a) o que se pode esperar das necessidades de energia para arrefecimento, comparativamente ao termo de transferência de calor não linear?

b) quais as estratégias mais adequadas para reduzir as necessidades de energia para arrefecimento?

Resolução ANÁLISE

a | Comparação entre necessidades de energia para arrefecimento e transferência de calor não linear

Quando $\overline{\theta}_e > \theta_{ref}$, $Q_{ht} < 0$ pelo que $\gamma < 0$.

Nessa situação $\eta_g = 1/\gamma < 0$, assim, sendo:

$$Q_{nd,C} = (1 - \eta_g)Q_{gn}$$

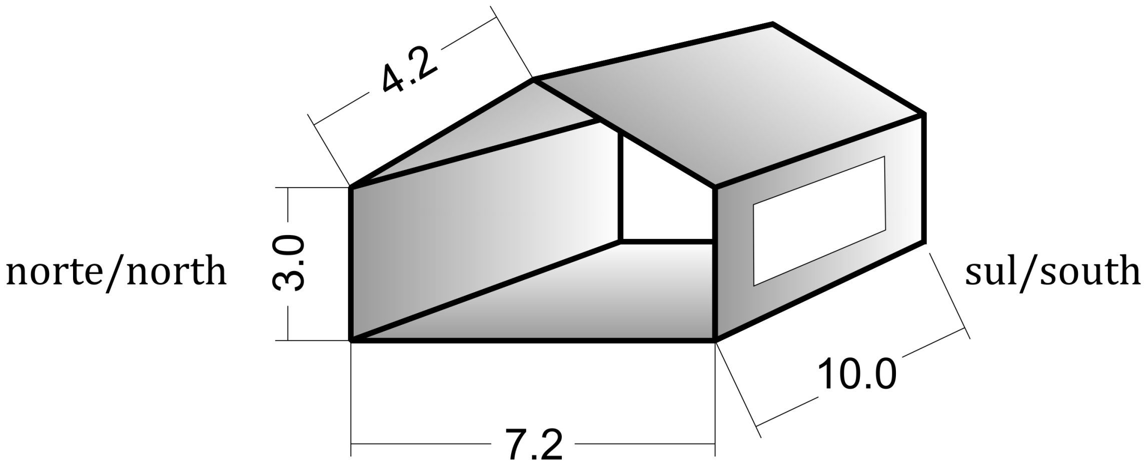
verifica-se que $1 - \eta_g > 1$ e

$$Q_{nd,C} > Q_{gn}$$

b | Redução das necessidades de energia para arrefecimento

Para reduzir as necessidades de arrefecimento deve actuar-se em Q_{gn}, ou seja, reduzir os ganhos internos e os ganhos solares através de sombreamento.

Exercício 4.2.5 Considerar uma casa com as dimensões da figura e em que os coeficientes de transmissão térmica são 0.40 $W/(m^2.K)$ para a parede, 0.30 $W/(m^2.K)$ para a cobertura e 2.80 $W/(m^2.K)$ para a janela. A renovação de ar é 0.5 rph. Em todas as questões despreze os ganhos solares através da envolvente opaca, ganhos internos, trocas de radiação com o céu, perdas pelo solo e pontes térmicas lineares. Para além disso não existem elementos que causem sombreamento nas janelas. A inércia do edifício é pesada ($a = 4.2$).



a) Calcular as necessidades de energia aquecimento durante a estação de aquecimento, utilizando o método quase-estacionário e considerando que a percentagem de área de janelas, na fachada sul, é 40% e, nas restantes fachadas (norte, este e oeste), é 10%, Considere que a caixilharia representa 20% da área total da janela e que o fator solar do vidro para a incidência média, em qualquer orientação, é 0.75. Os parâmetros climáticos para a estação de aquecimento são:

b) Na fase de ante-projeto, pretende-se dimensionar a percentagem de janelas a colocar na fachada principal a sul de uma casa tipo (não utilize as percentagens da questão anterior). **Calcular a percentagem mínima de janelas** que deve colocar exclusivamente na fachada sul para garantir

graus-dia a 18°C	1900 °C.dia
radiação solar total incidente a sul	630 kWh/m^2
radiação solar total incidente a norte	170 kWh/m^2
radiação solar total incidente a este e oeste	350 kWh/m^2

um balanço de energia positivo para a zona térmica que constitui a totalidade da casa. Deverá agora tomar em consideração um dia típico de Inverno, em que a energia total incidente na fachada sul é de 3.5 kWh/m^2, a temperatura média do ar exterior é de 8°C e a temperatura de referência é de 18°C, em condições estacionárias.

c) Qual o valor crítico de energia solar diária incidente numa fachada, para as condições de temperatura e características da envolvente indicadas na alínea b), que garante que o aumento de área de janelas contribui positivamente para o balanço de energia da casa, ou seja, contribui para a redução da energia auxiliar necessária para garantir as condições de conforto.

d) Em termos de projeto, o que recomendaria para o dimensionamento das janelas na fachada norte, onde a radiação solar diária nunca excede 25% da radiação incidente na fachada sul? Justifique.

Resolução ANÁLISE

a | Necessidades de energia para aquecimento

Para calcular as necessidades de energia para aquecimento durante a estação de aquecimento é necessário calcular a transferência de calor linear e não linear para esse mesmo período.

O volume da casa e as áreas das janelas, paredes e coberturas envolvem alguma geometria que se pode sintetizar em:

$$A_{jan} = 0.4\times 3\times 10 + 0.1\times 3\times 10 + 2\times 0.1(\times 7.2\times 3 + 7.2\times 2.16/2)$$

$$A_{jan} = 0.5\times 30 + 0.2\times 29.4 = 20.88\ m^2$$

$$A_{par} = 2\times 30 + 2\times 29.4 - 20.88 = 97.92\ m^2$$

$$A_{cob} = 2\times 4.2\times 10 = 84\ m^2$$

$$Vol = 29.4\times 10 = 294\ m^3$$

pelo que:

$$H_{tr} = A_{jan}U_{jan} + A_{par}U_{par} + A_{cob}U_{cob} = 20.88\times 2.8 + 97.92\times 0.4 + 84\times 0.3 = 122.8\ W/K$$

$$H_{ve} = \rho_a c_a \dot{v} = 1200\times 0.5\times 294/3600 = 49\ W/K$$

$$H_{ht} = 122.8 + 49 = 171.8\ W/K$$

$$Q_{ht} = H_{ht}GH = 171.8\times 1900\times 24 = 7834080\ Wh = 7834\ kWh$$

A transferência de calor não linear contabiliza apenas os ganhos solares através da envolvente envidraçada. Para cada uma das orientações é necessário calcular a área efectiva colectora:

$$A_{sol} = \overline{g}_{\theta} F_g A_w$$

em que $\overline{g}_{\theta} = 0.75$, assim:

$$A_{sol,S} = 0.75 \times 0.8 \times 0.4 \times 30 = 7.2\ m^2$$

$$A_{sol,N} = 0.75 \times 0.8 \times 0.1 \times 30 = 1.8\ m^2$$

$$A_{sol,E} = 0.75 \times 0.8 \times 0.1 \times 29.4 = 1.76\ m^2$$

$$A_{sol,W} = 0.75 \times 0.8 \times 0.1 \times 29.4 = 1.76\ m^2$$

$$Q_{sol} = \sum_j A_{sol,j} E_{sol,j} = 7.2 \times 630 + 1.8 \times 170 + 2 \times 1.76 \times 350 = 6077\ kWh$$

Por fim:

$$\gamma = \frac{6077}{7834} = 0.776$$

$$\eta_g = \frac{1 - 0.776^{4.2}}{1 - 0.776^{5.2}} = 0.895$$

$$Q_{nd,H} = Q_{ht} - \eta_g Q_{gn} = 7834 - 0.895 \times 6077 = 2398\ kWh$$

b | Percentagem mínima de janelas

Procura-se agora ter um balanço de energia positivo durante um dia típico descrito no enunciado pelo que para o valor crítico em causa deve garantir-se que:

$$Q_{gn} = Q_{ht}$$

A condutância de transmissão é desconhecida pois depende da área de vãos na fachada sul, pelo que se calcula esse parâmetro para todas a envolvente sem considerar a fachada sul:

$$H^*_{tr} = (2 \times 29.4 + 30) \times 0.4 + 84 \times 0.3 = 60.72\ W/K$$

$$H^*_{ht} = 60.72 + 49 = 109.72\ W/K$$

Por outro lado a transferência de calor através da fachada Sul é:

$$H_{ht,S} = A_{jan} U_{jan} + (A_{fac} - A_{jan}) U_{par} = 2.8 A_{jan} + 0.4 \times (30 - A_{jan}) = 2.4 A_{jan} + 12$$

$$Q_{ht} = H^*_{ht} L \Delta\theta + H_{ht,S} L \Delta\theta$$

$$Q_{ht} = 109.72 \times 24 \times 10 + 2.4 \times 24 \times 10A_{jan} + 12 \times 2410 = 29213 + 576A_{jan}$$

Os ganhos solares nesse dia resultarão de:

$$A_{sol} = F_g g_{g,\perp} A_{jan} = 0.8 \times 0.75A_{jan} = 0.6A_{jan}$$

$$Q_{gn} = 3500 \times 0.6A_{jan} = 2100A_{jan}$$

Para que a igualdade entre ganhos e perdas se verifique:

$$2100A_{jan} = 29213 + 576A_{jan}$$

$$1524A_{jan} = 29213$$

$$A_{jan} = 19\ m^2$$

Conclui-se, pois, que $A_{jan}/A_{fac} = 19/30 = 0.64$, pelo que a janela deverá ocupar 64% da fachada.

c | Valor crítico da energia solar diária

A energia auxiliar necessária para o aquecimento a uma dada temperatura, em condições estacionárias, pode ser expressa por:

$$Q_{aux} = Q_{ht} - Q_{sol}$$

$$Q_{aux} = H^*_{ht} L\Delta\theta + [A_{jan}U_{jan} + (A_{fac} - A_{jan})U_{par}]L\Delta\theta - \overline{g}_\theta F_g A_{jan} E_{sol}$$

com E_{sol} a energia solar diária incidente numa fachada a Sul.

Desenvolvendo:

$$Q_{aux} = H^*_{ht} L\Delta\theta + [A_{jan}U_{jan} + (A_{fac} - A_{jan})U_{par}]L\Delta\theta - \overline{g}_\theta F_g A_{jan} E_{sol}$$

$$Q_{aux} = Q_A + q_B A_{jan}$$

$$Q_A = H^*_{ht} L\Delta\theta + A_{fac}U_{par}L\Delta\theta$$

$$q_B = (U_{jan} - U_{par})L\Delta\theta - \overline{g}_\theta F_g E_{sol}$$

Para que Q_{aux} diminua com o aumento da área de janela é necessário que q_B seja negativo.

$$(U_{jan} - U_{par})L\Delta\theta - \overline{g}_\theta F_g E_{sol} < 0$$

$$\overline{g}_\theta F_g E_{sol} > (U_{jan} - U_{par})L\Delta\theta$$

$$E_{sol} > \frac{(U_{jan} - U_{par})L\Delta\theta}{\overline{g}_{\theta}F_g}$$

$$E_{sol} > \frac{(2.8 - 0.4) \times 24 \times 10}{0.75 \times 0.8}$$

$$E_{sol} > 960\ Wh/m^2/dia$$

d | Fachada Norte

Como a radiação solar diária incidente na fachada Norte é $0.25 \times 3500 = 875\ Wh/m^2/dia$ o que é inferior ao valor crítico calculado na alínea c) pelo a área de vãos deve ser minimizada.

Exercício 4.2.6 Para cada um dos casos A e B e utilizando o método quase-estacionário, **calcular as necessidades nominais de energia para aquecimento**, para uma temperatura de 21°C, no mês de Fevereiro. Desprezar perdas radiativas para o céu e ganhos solares através da envolvente opaca; considerar que existe apenas uma fachada com exposição Sul; utilizar para cada caso apenas os dados disponíveis.

	A	B
Área útil de pavimento [m^2]	80	60
Volume[m^3]	210	150
Condutância total da envolvente opaca [W/K]	115	75
Condutância total da envolvente envidraçada [W/K]	140	20
Inércia térmica, a	2.6	2.6
Taxa de infiltração de ar exterior (24h/dia) [rph]	0.7	-
Caudal de ventilação (24h/dia) [m^3/h]	-	300
Taxa de dissipação de calor interno (14h/dia) [W]	200	100
Área de janelas a Sul [m^2]	16	10
Fator solar do vidro das janelas para uma incidência média da radiação	0.85	0.75
Percentagem de vidro nas janelas	90%	70%
Temperatura média do ar exterior [°C]	12	-
Graus-dia de aquecimento (base 21°C) [°C.dia]	-	300
Radiação solar média na orientação Sul [W/m^2]	90	-
Energia solar total mensal na orientação Sul [kWh/m^2]	-	200

Resolução ANÁLISE

Para aplicar o método quase-estacionário é necessários conhecer os termos de transferência linear e não linear, recorrendo aos dados disponíveis para cada um dos casos A e B.

a | Transferência de calor linear

$$H_{tr,A} = 115 + 140 = 255\ W/K$$

$$H_{tr,B} = 75 + 20 = 95\ W/K$$

$$H_{ve,A} = 1200 \times 0.7 \times 210/3600 = 49\ W/K$$

$$H_{ve,B} = 1200 \times 300/3600 = 100\ W/K$$

$$H_{ht,A} = 255 + 49 = 304\ W/K$$

$$H_{ht,B} = 95 + 100 = 195\ W/K$$

$$Q_{ht,A} = 304 \times 28 \times 24 \times (21 - 12) = 1838592Wh = 1838.6\ kWh$$

$$Q_{ht,B} = 195 \times 300 \times 24 = 1404000Wh = 1404\ kWh$$

b | Transferência de calor não linear

$$Q_{int,A} = 200 \times 14 \times 28 = 78400\ Wh$$

$$Q_{int,B} = 100 \times 14 \times 28 = 39200\ Wh$$

$$Q_{sol,A} = 0.85 \times 0.9 \times 16 \times 90 \times 28 \times 24 = 740280\ Wh$$

$$Q_{sol,B} = 0.75 \times 0.7 \times 10 \times 200 \times 1000 = 1050000\ Wh$$

$$Q_{gn,A} = 78400 + 740280 = 818680\ Wh = 818.7kWh$$

$$Q_{gn,B} = 39200 + 1050000 = 1089200\ Wh = 1089.2kWh$$

b | Necessidades mensais de energia para aquecimento

$$\gamma_A = 818.7/1838.6 = 0.445$$

$$\gamma_B = 1089.2/1404 = 0.776$$

$$\eta_{g,A} = \frac{1 - 0.445^{2.6}}{1 - 0.445^{3.6}} = 0.928$$

$$\eta_{g,B} = \frac{1 - 0.776^{2.6}}{1 - 0.776^{3.6}} = 0.806$$

$$Q_{nd,H,A} = 1838.6 - 0.928 \times 818.7 = 1079\ kWh$$

$$Q_{nd,H,B} = 1404 - 0.806 \times 1089.2 = 526\ kWh$$

As necessidades de energia de aquecimento calculadas são de 13.5 e 8.8 kWh/m^2/mês, respectivamente, para os casos A e B.